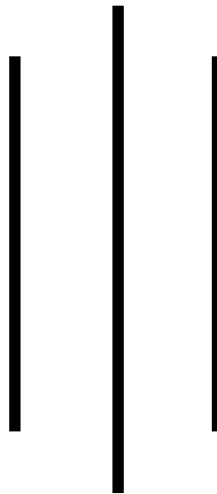


**MODUL**  
**PENGANTAR DASAR MATEMATIKA**



Oleh:  
DIDIK HERMANTO, M. Pd.



**STKIP PGRI BANGKALAN**  
**PRODI S1PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**2013**

# BAB I

## HIMPUNAN

### I. DIFINISI

*Himpunan* adalah : Kumpulan dari suatu obyek yang mempunyai syarat keanggotaan tertentu yang dapat didefinisikan secara jelas.

*Himpunan* adalah : kumpulan benda atau objek yang dapat didefinisikan dengan jelas, sehingga dengan tepat dapat diketahui objek yang termasuk himpunan dan yang tidak termasuk dalam himpunan tersebut.

### II. PENGERTIAN HIMPUNAN

Perhatikan kumpulan benda-benda di dalam kampus di bawah ini :

1. Kumpulan siswa perempuan
2. Kumpulan Dosen yang sedang mengajar
3. Kumpulan meja belajar, dll

Dari contoh kumpulan benda-benda tertentu di atas dalam matematika disebut "HIMPUNAN". Dengan demikian jika kita ke tempat lain (misalnya gedung bioskop) maka kita dapat membentuk kumpulan benda-benda sejenis antara lain :

1. Himpunan Kursi
2. Himpunan penonton bioskop wanita
3. Himpunan penonton bioskop laki-laki, dan lain-lain.

### III. CONTOH-CONTOH HIMPUNAN DAN BUKAN HIMPUNAN

Sekarang, perhatikan kumpulan obyek berikut ini.

1. Kumpulan lukisan indah di ruang Pameran..
2. Kumpulan wanita cantik di Kelasmu
3. Kumpulan siswa yang berkacamata di kelasmu
4. Kumpulan nama hari dalam satu minggu
5. Kumpulan bilangan Bulat pada sebuah meteran

Apakah kumpulan obyek di atas merupakan himpunan ? coba jelaskan alasannya !

### IV. NOTASI DAN ANGGOTA HIMPUNAN

Suatu himpunan biasanya diberi nama atau dilambangkan dengan huruf besar (kapital) A, B, C, ..., Z. Adapun benda atau objek yang termasuk dalam himpunan tersebut ditulis dengan menggunakan pasangan kurung kurawal dan antar anggotanya dibatasi dengan tanda koma. {...}.

### V. CARA MENYATAKAN/MENULISKAN SUATU HIMPUNAN

1. Dengan bentuk daftar (Tabular Form) yaitu dengan cara mendaftar/menuliskan semua anggotanya.

Contoh :  $P = \{0, 1, 2, 3\}$   
 $Q = \{Bandung, Jakarta, Semarang, Kediri, Blitar\}$

2. Dengan bentuk perincian (set builder form) yaitu dengan cara menuliskan syarat keanggotaannya.

Contoh :  $P = \{x / x \leq 4, x \in \text{bilangan cacah}\}$

3. Dengan kalimat

Contoh :  $P =$  Himpunan bilangan cacah kurang dari 4

### Latihan 1.1

1. Nyatakan notasi dan anggota himpunan-himpunan berikut dengan tabular form (mendaftar semua anggotanya)
  - a. A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 6.
  - b. P adalah himpunan huruf-huruf vokal dalam huruf abjad
  - c. Q adalah himpunan tiga binatang buas.
  - d. A adalah himpunan nama-nama hari dalam seminggu.
  - e. M adalah himpunan 5 binatang pemakan rumput.
  - f. N adalah himpunan bilangan ganjil kurang dari atau sama dengan 15.
  - g. B adalah himpunan planet-planet dalam tata surya.
  - h. B = Himpunan prodi yang ada pada STKIP PGRI Bangkalan
  - i.  $C = \{x / x \text{ habis dibagi } 3 \text{ dan } x = \text{bilangan genap} < 19\}$
  - j.  $D = \{x / x \text{ habis dibagi } 4 \text{ atau } x = \text{bilangan genap} \leq 20\}$
  - k. F = Himpunan bilangan bulat antara -4 dan 4
  - l.  $D = \{x / 2 < x < 10\}$
2. Nyatakan notasi dan anggota himpunan-himpunan berikut dengan menuliskan syarat keanggotaannya
  - a. A adalah himpunan bilangan cacah kurang dari 6.
  - b. N adalah himpunan bilangan Asli ganjil kurang dari 15.
  - c. M adalah himpunan bilangan asli kurang dari atau sama dengan 10 dan lebih besar dari 4
  - d. P adalah himpunan bilangan bulat kurang dari 5
  - e.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - f.  $C = \{5, 6, 7, 8\}$
3. Nyatakan Himpunan-himpunan dibawah dengan kalimat !
  - a.  $A = \{x / -3 < x < 3, x \in \text{Bil Bulat}\}$
  - b.  $C = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
  - c.  $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
  - d.  $B = \{x / x < 10, x \in \text{Bil Asli}\}$

## VI. MACAM-MACAM HIMPUNAN

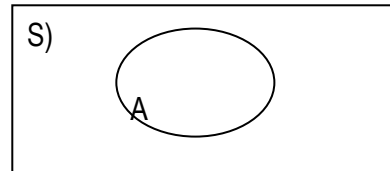
### 1. Himpunan Semesta

Adalah himpunan yang anggotanya terdiri dari semua elemen yang sedang dibicarakan. Misalnya : himpunan Petani, Himpunan Guru, himpunan Nelayan dan lain-lain. Himpunan-himpunan tersebut dapat dikatakan sebagai Himpunan Semesta. Untuk menggambarkan suatu himpunan dapat digunakan **Diagram Venn**

Contoh :



Himpunan Semesta S



Himpunan A dengan Semesta S

### 2. Himpunan kosong (empty set)

Yaitu himpunan yang tidak memiliki anggota / elemen, himpunan kosong merupakan himpunan bagian (subset) dari semua himpunan.

Himpunan kosong dapat dinotasikan :  $\{\}$  /  $\emptyset$

Contoh himpunan kosong adalah :

- Himpunan bilangan Asli kurang dari 1
- Himpunan manusia berkaki empat
- $A = \{x / x < 6 \text{ dan } x > 5, x \in \text{bil. Bulat}\}$
- Himpunan nama-nama hari yang diawali dengan huruf C

### 3. Himpunan kuasa (power set)

Himpunan kuasa dari A adalah himpunan yang anggotanya terdiri dari semua himpunan bagian dari A, dinotasikan :  $P(A)$

Contoh :  $A = \{1, 2, 3\}$  maka  $P(A) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

### 4. Kardinalitas

Jika himpunan A memiliki n buah elemen yang berbeda, maka A adalah himpunan berhingga dan n merupakan kardinalitas dari A / banyaknya anggota himpunan A (ditulis :  $|A|$ )

Contoh :

- ❖  $A = \{a, b\}$  maka  $P(A) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}\}$   
 $\rightarrow |A| = 2 \text{ dan } |P(A)| = 4$
- ❖  $B = \{1,2,3\}$  maka  $P(B) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$   
 $\rightarrow |B| = 3 \text{ dan } |P(B)| = 8$
- ❖  $C = \{1, 2, 3, 4\}$  maka  $P(C) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$   
 $\rightarrow |C| = 4 \text{ dan } |P(C)| = 16$

Dari beberapa contoh tersebut dapat disimpulkan bahwa :  $|P(Z)| = 2^{|Z|}$

- $P(Z)$  = himpunan kuasa Z
- $|P(Z)|$  = jumlah anggota himpunan kuasa Z
- $|Z|$  = jumlah anggota himpunan Z ( kardinalitas Z )

## VII. RELASI ANTAR HIMPUNAN

1. Himpunan Bagian  
Himpunan A dikatakan himpunan bagian (subset) dari B jika setiap anggota dari A juga merupakan anggota dari B.  
A himpunan bagian (subset) dari B dapat ditulis :  $A \subset B$   
Contoh :  $G = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$  dan  $H = \{x / x \text{ bilangan bulat} \}$  maka  $H \subset G$
2. Kesamaan Dua Himpunan.  
Dua himpunan A dan B dikatakan sama / identik ( $A = B$ ) jika dan hanya jika kedua himpunan tersebut mempunyai elemen yang sama.  
Contoh :  $A = \{2, 1, 3\}$  dan  $B = \{3, 1, 2\}$  maka dikatakan bahwa  $A = B$
3. Himpunan Ekuivalen  
Dua himpunan A dan B dikatakan ekuivalen jika banyaknya elemen himpunan A sama dengan banyaknya elemen himpunan B  
 $A \sim B$  dibaca : "Himpunan A ekuivalen Himpunan B"  
 $n(A)$  dibaca : "banyaknya elemen himpunan A"  
Contoh :  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan  $B = \{a, b, c, d, e\}$  maka  $A \sim B$  karena  $n(A) = n(B) = 5$
4. Comparable  
Dua himpunan A dan B dapat diperbandingkan (comparable) jika  $A \subset B$  atau  $B \subset A$   
Contoh :  $A = \{a, b, c\}$  dan  $B = \{b, c\}$  maka A comparable B karena  $B \subset A$   
 $S = \{2, 4, 6\}$  dan  $T = \{2, 4, 5\}$  maka S tidak comparable T karena  $S \not\subset T$  atau  $T \not\subset S$
5. Himpunan saling berpotongan  
Dua himpunan A dan B dikatakan berpotongan, ditulis  $A \cap B$ , jika ada anggota A yang menjadi anggota B.  
 $A \cap B \leftrightarrow \exists x / x \in A \text{ dan } x \in B$
6. Himpunan A dan B dikatakan saling lepas ( $A \cap B = \emptyset$ ), jika  $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, \forall x (\nexists x_A \in B \text{ dan } \nexists x_B \in A)$

## VIII. LATIHAN SOAL : 1.2

1. Diberikan  $S = \{x/x < 10, x \in \text{Asli}\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ . Gambarlah himpunan S dan B tersebut dalam diagram Venn!
2. Diketahui himpunan-himpunan dibawah ini:
  - a.  $B = \{Kediri, Pare, Blitar, Kediri, Pare\}$
  - b. D = himpunan bilangan asli kurang dari 1
  - c.  $C = \{x / 4 < x \leq 5\}$
  - d.  $A = \{1, 3, 3, 5, 3, 2, 5\}$
  - Tentukan Kardinalitas A, B, C dan D!
  - Tentukan banyaknya anggota himpunan kuasa A, B, C dan D!
  - Tentukan Himpunan kuasa dari A, B, C dan D!
3. Tentukan relasi antar himpunan-himpunan dibawah ini!  
 $A = \{0, 2, 4, 6\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$ ,  $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ,  $D = \{\text{huruf vokal dalam abjad}\}$

## TUGAS 1

1. Nyatakan notasi dan anggota himpunan-himpunan berikut dengan tabular form (bentuk daftar)!
  - a.  $A = \{x / x > 4 \text{ dan } x < 10, x \in \text{bil. Bulat}\}$
  - b.  $B = \text{Himpunan nama bulan dalam setahun yang diawali dengan huruf "J"}$
  - c.  $C = \{x / x > 4 \text{ atau } x < 4, x \in \text{bil. Cacah}\}$
  - d.  $D = \{x / x > 4 \text{ dan } x < 4\}$
  
2. Tentukan kardinalitas dan banyaknya anggota himpunan kuasa dari himpunan-himpunan dibawah ini!
  - a.  $K = \{x / x > 5 \text{ atau } x < 10, x \in \text{bil. Asli}\}$
  - b.  $L = \{x / x \geq 0 \text{ dan } x < 4, x \in \text{bil. Cacah}\}$
  - c.  $M = \{\text{mangga, jeruk, mangga, nangka, jeruk, durian}\}$
  - d.  $N = \{a, a, b, b, c, c, d, d\}$
  
3. Tentukan himpunan kuasa dari himpunan-himpunan dibawah ini!
  - a.  $K = \{x / x > 5 \text{ atau } x < 10, x \in \text{bil. Asli}\}$
  - b.  $L = \{x / x \geq 0 \text{ dan } x < 4, x \in \text{bil. Cacah}\}$
  - c.  $M = \{\text{mangga, jeruk, mangga, nangka, jeruk, durian}\}$
  - d.  $N = \{a, a, b, b, c, c, d, d\}$
  
4. Tentukan relasi antar himpunan-himpunan dibawah ini!  
 $A = \{0, 2, 4, 6\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$ ,  $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ,  $D = \{x / x \leq 8, x \in \text{Cacah}\}$   
 $E = \{\text{huruf vokal dalam abjad}\}$   $F = \{6, 8, 10\}$
  
5. Diketahui  $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,  $A = \{1,2,3,4\}$  dan  $B = \{1,3,5,7,8,9\}$ . Tentukan :
  - a.  $A \cup B$    b.  $A \cap B$    c.  $A^c$    d.  $B^c$    e.  $A - B$    f.  $B - A$    g.  $A + B$
  
6. Dari 100 siswa , 75 orang mengikuti pelajaran matematika dan 50 orang mengikuti pelajaran fisika, tidak ada siswa yang menganggur. Dari data tersebut :
  - a. Berapakah siswa yang mengikuti pelajaran kedua-duanya?
  - b. Berapakah selisih pengikut pelajaran matematika dikurangi pengikut fisika?
  - c. Berapakah selisih pengikut pelajaran fisika dikurangi pengikut matematika?
  - d. Berapakah jumlah pengikut pelajaran matematika atau pengikut pelajaran fisika?
  
7. Jika diketahui  $n(A - B) = 65$ ,  $n(B - A) = 35$  dan  $n(A \cup B) = 135$  maka hitunglah!
  - a.  $n(A \cap B)$                       b.  $n(A)$                       c.  $n(B)$                       d.  $n(A + B)$

## IX. OPERASI-OPERASI PADA HIMPUNAN

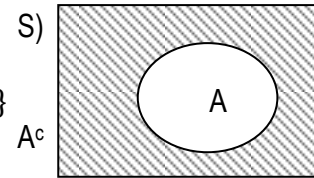
### A. Himpunan Komplemen

Jika A adalah suatu himpunan dan S adalah semestanya, maka himpunan komplemen A adalah himpunan yang anggotanya terdiri dari semua elemen S tetapi bukan merupakan anggota dari A

Komplemen A dapat dinotasikan dengan  $A^c$  atau  $A'$

Contoh :  $S = \{\text{bilangan asli antara 2 dan 10}\}$  dan  $A$

$= \{\text{bilangan ganjil antara 2 dan 10}\}$  maka  $A^c = \{4,6,8\}$

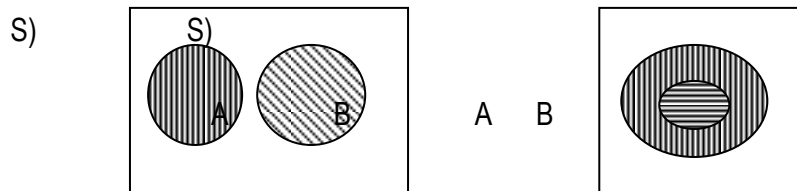


$A^c$  adalah daerah yang diarsir

### B. Gabungan (Union = "U")

A gabungan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas semua anggota dari himpunan A atau B  $\rightarrow A \cup B = \{x/x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Contoh :  $A = \{2,3,4,5\}$  dan  $B = \{1,3,4,7,9\}$  maka  $A \cup B = \{1,2,3,4,5,7,9\}$

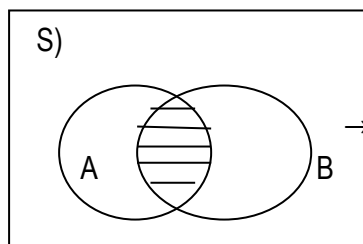


$A \cup B$  adalah daerah yang diarsir

### C. Irisan (Interseksi = "∩")

A irisan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas anggota himpunan A dan juga merupakan anggota himpunan B  $\rightarrow A \cap B = \{x/x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Contoh :  $A = \{2,3,4,5\}$  dan  $B = \{1,2,3,4,7,9\} \rightarrow A \cap B = \{3,4\}$

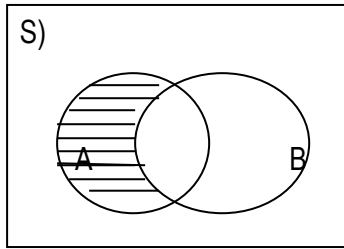


$A \cap B$  adalah daerah yang diarsir

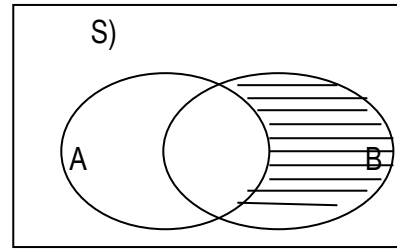
### D. Selisih Dua Himpunan

A selisih B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas anggota himpunan A dan bukan merupakan anggota himpunan B  $\rightarrow A - B = \{x / x \in A \text{ dan } x \notin B\}$

Contoh :  $A = \{1,2,3,4\}$  dan  $B = \{2,4,6,8\} \rightarrow A - B = \{1,3\}$  dan  $B - A = \{6,8\}$



$A - B =$  daerah yang diarsir



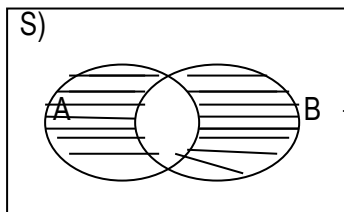
$B - A =$  daerah yang diarsir

#### E. Jumlah Dua Himpunan

Jumlah A dan B adalah himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas anggota himpunan A saja atau anggota B saja tetapi bukan merupakan anggota A dan B

$$A + B = \{x/x \in A \text{ atau } x \in B, x \notin (A \cap B)\}$$

Contoh :  $A = \{1,2,3,4\}$  dan  $B = \{2,4,6,8\} \rightarrow A + B = \{1,3,6,8\}$



$A + B =$  daerah yang diarsir

### X. SIFAT-SIFAT OPERASI PADA HIMPUNAN

1. Komutatif :  $A \cup B = B \cup A$
2. Asosiatif :  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. Identitas :  $A \cap S = A$  dan  $A \cup \emptyset = A$
4. Idempoten :  $A \cap A = A$  dan  $A \cup A = A$
5. Distributif :  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
6. Komplementer :  $A \cap A^c = \emptyset$   
 $A \cup A^c = S$
7. De Morgan :  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$   
 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
8. Penyerapan :  $A \cup (A \cap B) = A$   
 $A \cap (A \cup B) = A$



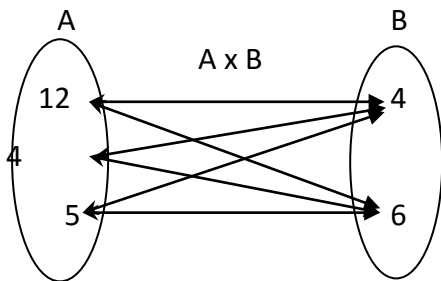
### **XI. LATIHAN SOAL 1.3**

8. Diketahui  $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,  $A = \{1,2,3,4\}$  dan  $B = \{1,3,5,7,8,9\}$ . Tentukan :
- b.  $A \cup B$    b.  $A \cap B$    c.  $A^c \cap B^c$    e.  $A - B$    f.  $B - A$    g.  $A + B$
9. Dari 100 siswa , 75 orang mengikuti pelajaran matematika dan 50 orang mengikuti pelajaran fisika, tidak ada siswa yang menganggur. Dari data tersebut :
- e. Berapakah siswa yang mengikuti pelajaran kedua-duanya?  
f. Berapakah selisih pengikut pelajaran matematika dikurangi pengikut fisika?  
g. Berapakah selisih pengikut pelajaran fisika dikurangi pengikut matematika?  
h. Berapakah jumlah pengikut pelajaran matematika atau pengikut pelajaran fisika?
10. Jika diketahui  $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,  $A = \{1,2,3,4\}$ ,  $B = \{1,3,5,7,8,9\}$  dan  $C = \{3,5,6,7\}$
- a. Buktikan bahwa  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$   
b. Buktikan bahwa  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$   
c. Buktikan bahwa  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
d. Buktikan bahwa  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$   
e. Buktikan bahwa  $A \cup (A \cap B) = A$   
f. Buktikan bahwa  $A \cap (A \cup B) = A$
11. Jika diketahui  $n(A - B) = 65$ ,  $n(B - A) = 35$  dan  $n(A \cup B) = 135$  maka hitunglah!
- b.  $n(A \cap B)$    b.  $n(A)$    c.  $n(B)$    d.  $n(A + B)$

# BAB II RELASI

## 1. Definisi 1.

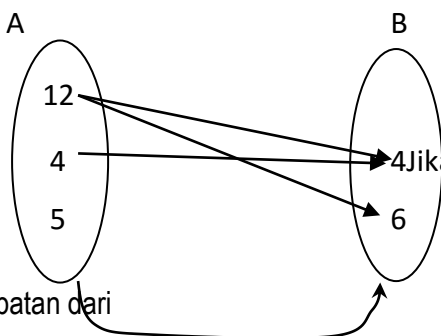
Jika A dan B merupakan dua himpunan, maka produk kartesius dari A ke B adalah himpunan semua pasangan terurut  $\{x, y\}$  dengan  $x \in A$  dan  $y \in B$ . Atau dapat ditulis dengan  $A \times B = \{(x, y) / x \in A \text{ dan } y \in B\}$   
 Pasangan terurut  $\{x, y\}$  adalah sepasang bilangan x dan y dengan x sebagai urutan pertama dan y sebagai urutan kedua.



$$A \times B = \{(12,4), (12,6), (4,4), (4,6), (5,4), (5,6)\}$$

## 2. Definisi 2.

Relasi (R) dengan suatu kalimat terbuka dari himpunan A ke himpunan B adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya semua pasangan terurut  $(x, y)$  dengan  $x \in A$  dan  $x \in B$  sedemikian rupa sehingga kalimat terbukanya menjadi benar.  
 Contoh : Relasi "Kelipatan dari" himpunan A ke himpunan B



$$\text{Maka } R = \{(12,4), (12,6), (4,4)\}$$

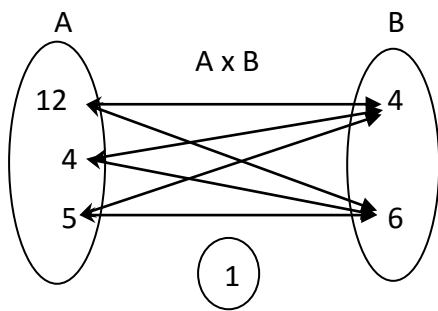
Jika  $(a, b) \in R$  maka :  $a R b$  (a berelasi dengan b)

Jika  $(c, d) \notin R$  maka :  $c \not R d$  (c tidak berelasi dengan d)

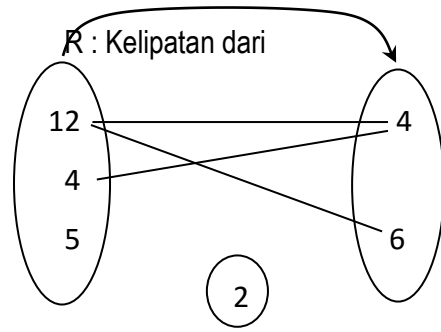
R : Kelipatan dari

## 3. Definisi 3.

Jika A dan B himpunan yang diketahui dan diantara anggota-anggotanya ditentukan oleh suatu Relasi R dari A ke B maka Relasi R tersebut merupakan himpunan bagian dari  $A \times B$



$$A \times B = \{(12,4), (12,6), (4,4), (4,6), (5,4), (5,6)\}$$



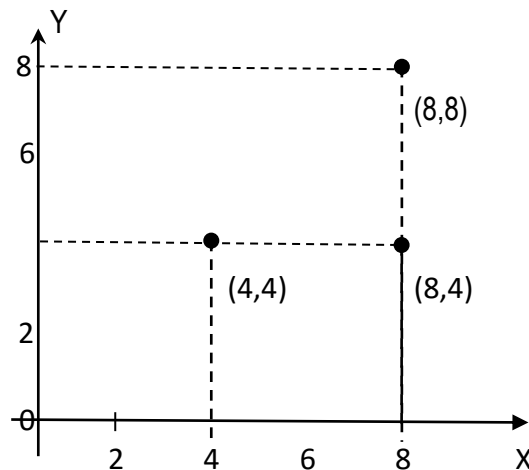
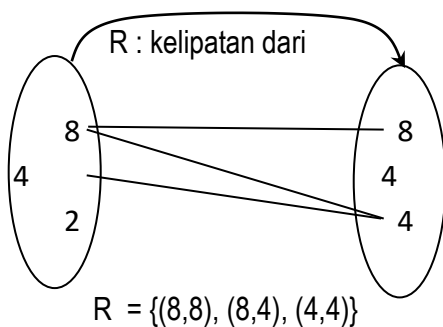
$$R = \{(12,4), (12,6), (4,4)\}$$

Dari gambar 1 dan 2 dapat kita lihat bahwa  $R \subset A \times B$

#### 4. Domain, Range dan Kodomain pada Relasi

- Domain (Daerah asal) dari Relasi R adalah himpunan bagian dari A yang terdiri atas elemen pertama dari semua pasangan terurut anggota R. ( $D : \{x/x \in A, (x, y) \in R\}$ )
- Range (Daerah hasil) dari Relasi R terdiri atas elemen kedua dari semua pasangan terurut anggota R. ( $Rg : \{y/y \in B, (x, y) \in R\}$ )
- Kodomain (Daerah tujuan) anggotanya terdiri dari semua elemen yang ada pada daerah tujuan Relasi tersebut. ( $Kd : \{y/y \in B\}$ )

Relasi juga bisa disajikan dalam diagram koordinat, dengan sumbu X sebagai Domain dan sumbu Y sebagai Range.



#### 5. Relasi Invers.

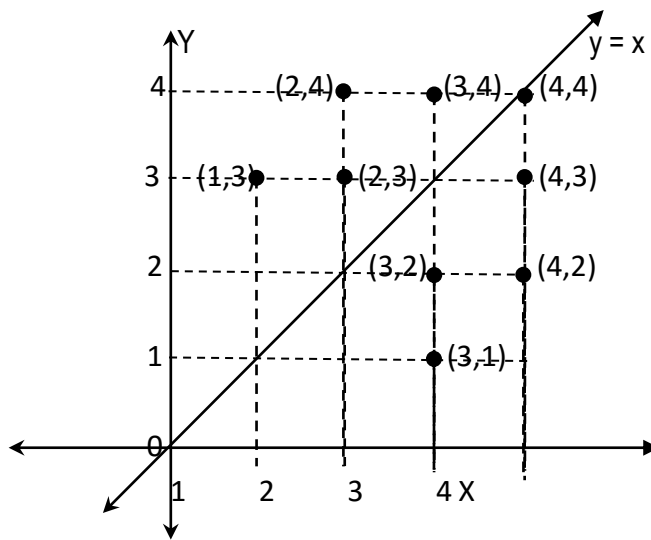
Setiap  $R : \{(x, y)/x \in A, y \in B \text{ dengan kalimat terbuka } p(x, y) \text{ benar}\}$  maka selalu ada relasi invers ( $R^{-1}$ ) dari himpunan B ke himpunan A.  $\rightarrow R^{-1} : \{(y, x)/(x, y) \in R\}$

Misal  $R : \{(1, p), (2, q), (3, p), (4, q), (5, p)\}$

maka  $R^{-1} : \{(p, 1), (q, 2), (p, 3), (q, 4), (p, 5)\}$

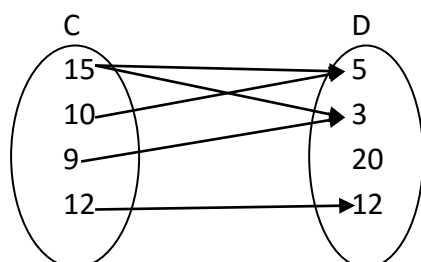
Jika  $(x, y) \in R$  disajikan dalam diagram koordinat, maka  $(y, x) \in R^{-1}$  dapat dicari dengan cara mencerminkan R terhadap garis  $y = x$

Contoh :  $R = \{(1,3), (2,4), (2,3), (3,4), (4,4)\}$  maka  $R^{-1} = \{(3,1), (4,2), (3,2), (4,3), (4,4)\}$



## 6. LATIHAN SOAL 2.

- Diketahui  $P = \{1,2,5,6,8\}$ ,  $Q = \{1,2,3,4,10,12,16\}$  dan Relasi dengan kalimat terbuka "Dua Kali Dari" memasangkan anggota-anggota dari Q ke P.
  - Gambarkan diagram panah Relasi tersebut
  - Tentukan himpunan pasangan terurut dari relasi tersebut
  - Sajikan relasi dari Q dan P tersebut dengan diagram Koordinat
- Diketahui  $R = \{(-3,3), (2,-2), (5,-5), (-1,1), (-7,7)\}$ 
  - Gambarkan relasi R tersebut dengan diagram koordinat!
  - Tentukan Domain (D), Range (Rg) dan Kodomain (Kd) dari relasi R di atas!
  - Tentukan kalimat terbuka yang memenuhi relasi tersebut!
- Diketahui  $A =$  Himpunan bilangan cacah  $< 4$  dan  $B = \{x/x < 6, x \text{ bilangan asli}\}$ . Jika R adalah Relasi dengan kalimat terbuka "lebih kecil dari" himpunan A ke himpunan B, maka tentukan :
  - Himpunan pasangan terurut yang memenuhi Relasi A ke B tersebut
  - Relasi invers dari relasi tersebut!
  - Domain, Range dan Kodomain dari  $R^{-1}$  yang memenuhi!



- Tentukan Domain, Range dan Kodomain nya
- Tentukan Himpunan pasangan terurut yang memenuhi relasi tersebut!
- Tentukan kalimat terbuka dari Relasinya

## TUGAS - 2

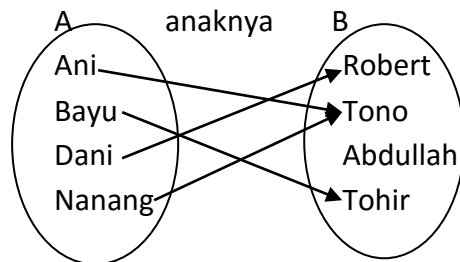
1. Diketahui  $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,  $A = \{1,2,3,4\}$  dan  $B = \{1,3,5,7,8,9\}$ . Tentukan :
  - a.  $(A \cup B)^c$
  - b.  $(A - B)^c$
  - c.  $(B - A)^c$
  - d.  $(A + B)^c$
  
2. Dari 200 siswa, semuanya menyukai pelajaran matematika atau fisika, siswa yang menyukai matematika dan fisika sebanyak 50. Jika siswa yang menyukai matematika saja sebanyak dua kali lebih besar dibanding dengan siswa yang menyukai fisika saja,
  - a. Hitunglah berapa siswa yang menyukai matematika saja !
  - b. Hitunglah berapa siswa yang menyukai fisika saja !
  
3. Jika diberikan :  $A = \{2, 3, 4, 5, 7\}$  ,  $B = \{x / x = 2n < 11 , n \in \text{bil. Asli}\}$  dan suatu relasi (R) : "Faktor dari" menghubungkan himpunan A ke himpunan B
  - a. Tentukan Domain, Range dan Kodomain dari R
  - b. Gambar relasi R tersebut dengan diagram panah
  - c. Gambar relasi R tersebut dengan diagram koordinat
  - d. Sebutkan pasangan berurutan dari relasi tersebut
  - e. Tentukan relasi invers ( $R^{-1}$ ) yang memenuhi
  - f. Tentukan Domain, Range dan Kodomain dari  $R^{-1}$
  - g. Sebutkan pasangan berurutan dari relasi invers  $R^{-1}$
  - h. Gambar relasi invers  $R^{-1}$  dua himpunan tersebut dengan diagram panah

# BAB III

## FUNGSI

### 1. Pengertian Fungsi

Fungsi adalah suatu Relasi dimana setiap Domain hanya memiliki satu hasil (Range)  
 Contoh : Relasi “anaknya” dari himpunan anak (A) dan himpunan ayah (B) dibawah ini :



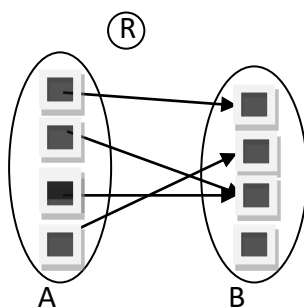
pada diagram disamping tampak bahwa setiap anak hanya memiliki satu ayah. Jadi setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota B.

- Syarat Fungsi : - Adanya suatu himpunan A dan B  
 : - Kalimat terbuka yang mengkaitkan tiap elemen  $x \in A$  dengan suatu elemen tunggal  $y \in B$

### 2. Definisi 1.

Suatu Fungsi  $f$  dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu relasi yang memasangkan setiap anggota dari A dengan tepat satu anggota B.

Ditulis  $f : A \rightarrow B$



Setiap anggota himpunan A dipasangkan dengan tepat satu anggota di B oleh suatu relasi R

Istilah Fungsi disebut juga dengan Pemetan (Mapping) atau Transformasi. Pada dua himpunan A dan B, jika  $a \in A$ , maka anggota himpunan B yang merupakan kaitan dari a dapat dikatakan sebagai  $f(a)$ . Elemen  $f(a)$  tersebut dinamakan nilai fungsi dari a. Himpunan semua nilai fungsi dinamakan daerah nilai/range dari fungsi f dan daerah nilai/range tersebut merupakan himpunan bagian dari kodomain.

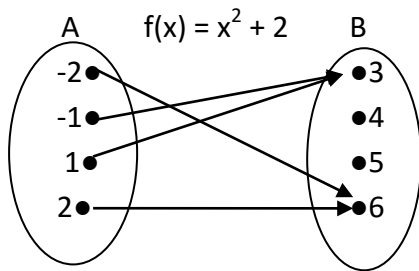
### 3. Definisi 2.

Suatu fungsi  $f$  dari A ke B adalah himpunan bagian dari  $A \times B$  yang bersifat bahwa setiap  $a \in A$  tampak sebagai anggota pertama hanya dalam satu pasangan terurut yang termasuk di f.

Jika  $f : A \rightarrow B$  maka :

- Domain (D) =  $\{x/x \in A\}$
- Range (Rg) =  $\{y/y \in B, (x,y) \in f\}$
- Kodomain (Kd) =  $\{y/y \in B \text{ dengan } f(A) \subset B\}$

Contoh : Diberikan  $A = \{-2, -1, 1, 2\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  dan  $f(x) = x^2 + 2$   
Maka dapat digambarkan sebagai berikut :



$$D = \{-2, -1, 1, 2\}$$

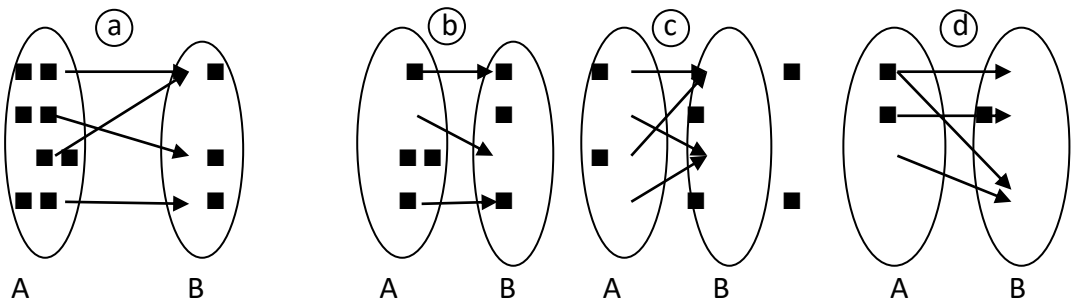
$$Rg = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$Kd = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$f = \{(-2,6), (-1,3), (1,3), (2,6)\}$$

#### 4. Contoh-contoh fungsi dan bukan fungsi

Dari definisi-definisi diatas anakah yang merupakan Fungsi dan yang bukan fungsi ? jelaskan apa alasannya !



## 5. Grafik Fungsi

Jika  $f$  suatu fungsi yang memetakan setiap anggota  $A$  ke tepat satu anggota di  $B$  ( $f : A \rightarrow B$ ), maka grafik dari fungsi tersebut ( $f^*$ ) adalah himpunan yang terdiri dari semua pasangan berurutan dengan  $a \in A$  sebagai anggota pertama dan peta/bayangannya adalah  $f(a)$  sebagai anggota kedua.

$$f^* : \{(a, b) / a \in A, b = f(a)\}$$

Contoh :  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  dan  $R =$  himpunan bilangan real

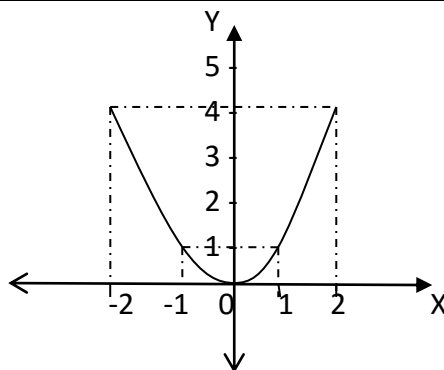
$f : A \rightarrow R$  didefinisikan oleh kalimat terbuka  $f(x) = x + 2$

maka grafik  $f^* = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$

## 6. Fungsi sebagai Diagram Koordinat

Jika  $f : A \rightarrow B$  dengan  $A = \{x / -2 \leq x \leq 2, x : \text{bil. real dan } f(x) : x^2\}$  maka dengan diagram koordinat dapat digambarkan sebagai berikut :

X	-2	-1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	2



### Latihan 3 :

1. Jika suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$ , dengan  $f(x) = x^2 - 2$  ;  $-2 < x < 3$  ;  $x \in \text{bil. Bulat}$ 
  - a. Tentukan grafik fungsi tersebut !
  - b. Tentukan daerah asal (Domain) dari fungsi tersebut !
  - c. Tentukan daerah hasil (Range) dari fungsi tersebut !
  - d. Tentukan daerah kawan (Kodomain) yang memenuhi dari fungsi tersebut !
  - e. Gambarkan grafik fungsi tersebut dengan diagram koordinat !
2. Jika diberikan  $f : A \rightarrow B$ , dengan  $f(x) = 2x + 2$  ;  $2 < x < 6$  ;  $x \in \text{Real}$ , maka gambarkan grafik fungsi tersebut dengan diagram koordinat !

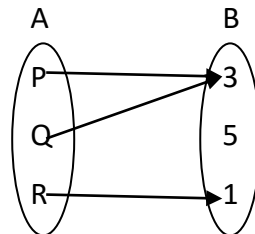


## 7. Macam-macam Fungsi

### a. Fungsi kedalam (IN-TO)

Jika  $f : A \rightarrow B$  dan  $f(A) \in B$  maka  $f$  dinamakan fungsi kedalam (IN-TO)

Contoh :

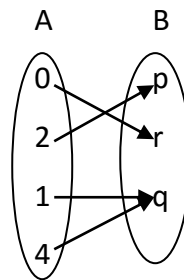
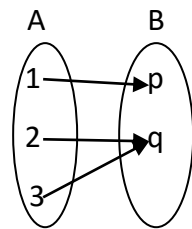


Jadi ada kemungkinan elemen B yang bukan peta dari elemen A

### b. Fungsi Kepada / Surjektif (ON-TO)

Jika  $f : A \rightarrow B$  dan  $f(A) = B$  maka  $f$  dinamakan Fungsi Kepada (ON-TO)

Contoh :

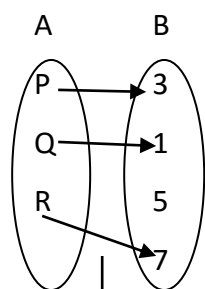


Jadi setiap elemen B merupakan peta dari paling sedikit satu dari elemen A.

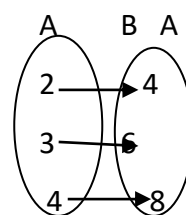
### c. Fungsi SATU-SATU

Jika  $f : A \rightarrow B$  dan untuk setiap  $a_1, a_2 \in A$  dengan  $a_1 \neq a_2$  berlaku  $f(a_1) \neq f(a_2)$  dengan  $f(a_1), f(a_2) \in B$  maka  $f$  disebut fungsi SATU-SATU.

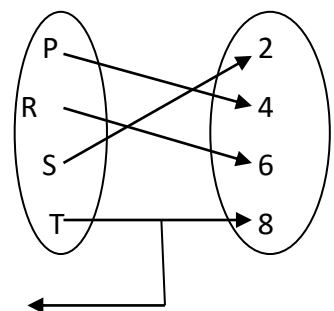
Contoh :



F. satu-satu in-to  
(Injektif)



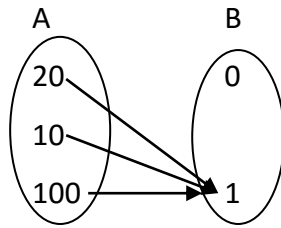
F. satu-satu on-to  
(Bijektif)



### d. Fungsi Konstan

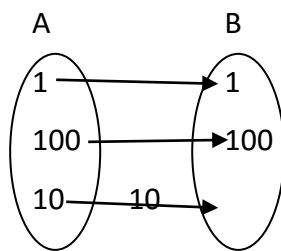
Jika  $f : A \rightarrow B$  bersifat bahwa setiap  $a \in A$  dipetakan pada satu elemen  $b \in B$ , maka  $f$  dinamakan Fungsi Konstan.

Contoh :



e. Fungsi Identitas.

Jika  $f : A \rightarrow B$  dengan  $A = B$  dan  $f(a) = a$  untuk setiap  $a \in A$  maka  $f$  disebut Fungsi Identitas. Contoh :



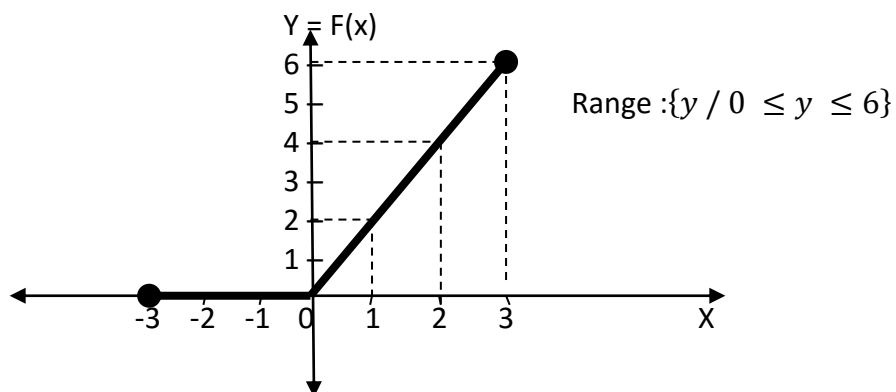
## 8. Beberapa Fungsi Khusus

11.1. Fungsi Modulus, yaitu fungsi yang hasilnya ditentukan oleh nilai mutlak dari  $X$ .

Misal : diketahui nilai mutlak  $X$  atau ditulis  $|X|$  maka  $X_1 : X \geq 0$  dan  $X_2 : X < 0$

Contoh : lukislah grafik  $f : X \rightarrow X + |X|$  untuk  $-3 \leq X \leq 3$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(X)	0	0	0	0	2	4	6



11.2. Fungsi yang ditentukan rumus berbeda pada interval yang berbeda pula

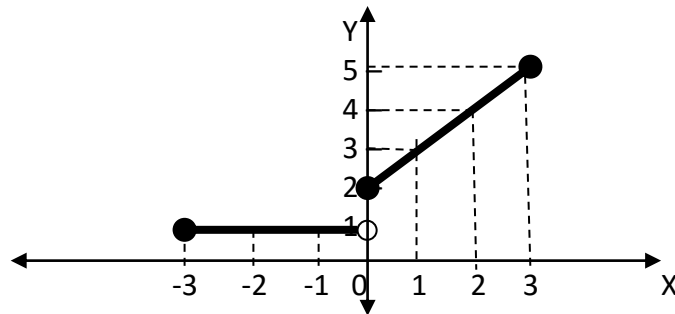
Contoh :  $f(x) = 1$  untuk  $x < 0$  dan  $f(x) = x + 2$  untuk  $x \geq 0$

$$F(x) = 1 \text{ untuk } x < 0$$

X	-3	-2	-1
F(x)	1	1	1

$$F(x) = x + 2 \text{ untuk } x \geq 0$$

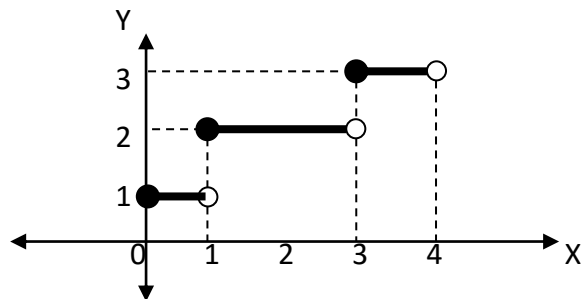
X	0	1	2	3
F(x)	2	3	4	5



### 11.3. Fungsi Tangga (bentuk grafiknya seperti tangga)

Contoh :

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{u/ } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{u/ } 1 \leq x < 3 \\ 3 & \text{u/ } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$



### 11.4. Fungsi Genap

Jika  $f : A \rightarrow B$ ,  $x \in A$  berlaku  $f(-x) = f(x)$  maka  $f$  dinamakan fungsi genap.

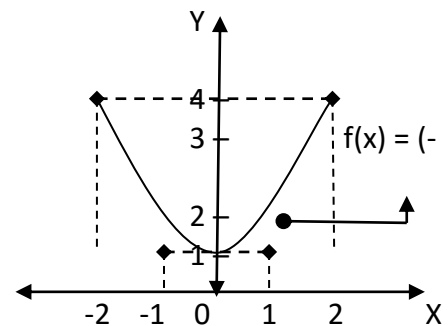
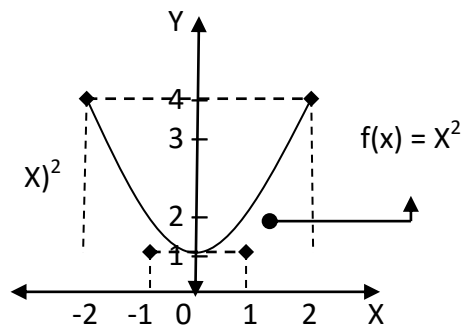
Contoh :  $f(x) = x^2$

$$F(x) = x^2$$

X	-2	-1	0	1	2
F(x)	4	1	0	1	4

$$F(x) = (-x)^2$$

x	-2	-1	0	1	2
F(x)	4	1	0	1	4



Grafiknya sama / berimpit (f dinamakan Fungsi Genap)

### 11.5. Fungsi Ganjil

Jika  $f : A \rightarrow B$ ,  $x \in A$  berlaku  $f(-x) = -f(x)$  maka  $f$  disebut Fungsi Ganjil.

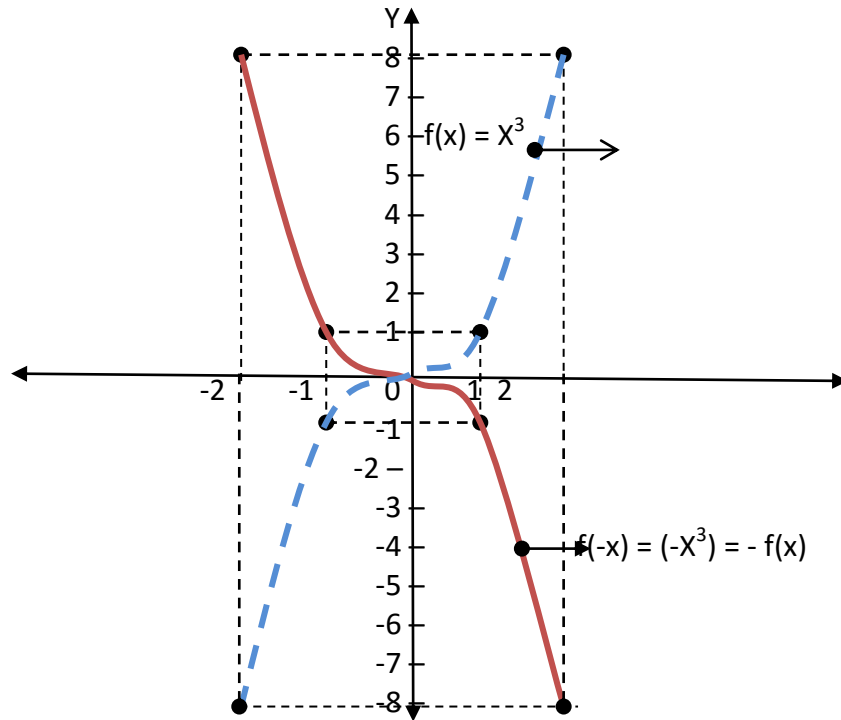
Contoh :  $f(x) = x^3$

$$F(x) = x^3$$

X	-2	-1	0	1	2
F(x)	-8	-1	0	1	8

$$F(-x) = (-x)^3 = -F(x)$$

x	-2	-1	0	1	2
F(x)	8	1	0	-1	-8



### 9. Invers Sebuah Fungsi

Jika fungsi  $f : A \rightarrow B$  dan misalkan  $b \in B$ , maka invers  $b$  terhadap fungsi  $f$   $\{f^{-1}(b)\}$  adalah himpunan semua anggota  $A$  yang pemetaannya adalah  $b$ .

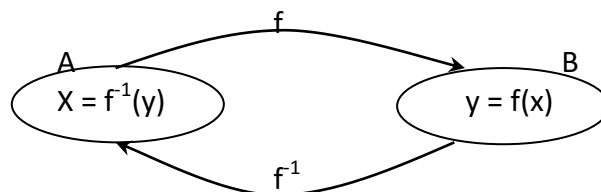
$$f^{-1}(b) = \{x/x \in A, f(x) = b\}$$

Misal :  $A = \{p, q, r\}$  dan  $B = \{5, 6, 8, 3\}$  sedangkan  $f : \{(p, 6), (q, 5), (r, 6)\}$  maka  $f^{-1}(5) = \{q\}$  dan  $f^{-1}(6) = \{p, r\}$

Jadi Invers dari sebuah fungsi belum tentu merupakan sebuah fungsi juga.

#### Mencari Rumus Invers Fungsi :

Jika  $f^{-1}$  adalah invers dari  $f$  dan  $f(x) = y$ , maka  $f^{-1}(y) = x$



Contoh : Tentukan invers fungsi dari a)  $f(x) = 2x + 5$     b)  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$

Jawab : a)  $f(x) = y = 2x + 5$

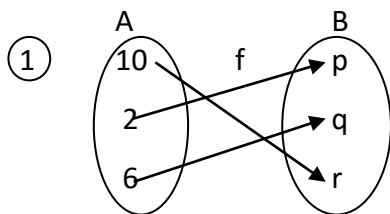
$$2x = y - 5 \quad x = \frac{y-5}{2} \quad x = f^{-1}(y) = \frac{y-5}{2} \quad f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$$

b)  $f(x) = y = \frac{x-2}{x-3}$      $y \cdot x - 3y = x - 2$      $y \cdot x - x = 3y - 2$

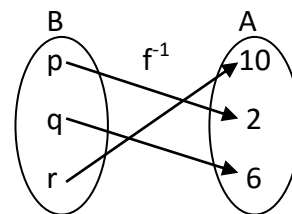
$$x(y-1) = 3y-2 \quad x = \frac{3y-2}{y-1} \quad x = f^{-1}(y) = \frac{3y-2}{y-1} \quad f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x-1}$$

### 10. Fungsi Invers

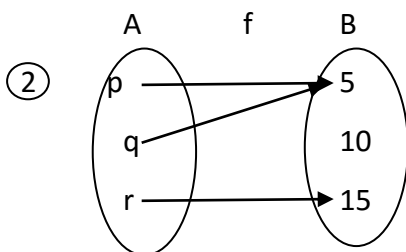
Jika  $f : A \rightarrow B$  adalah fungsi satu-satu on-to maka  $f^{-1} : B \rightarrow A$  adalah merupakan sebuah fungsi yang dinamakan fungsi invers dari  $f$   
Perhatikan beberapa fungsi dibawah ini :



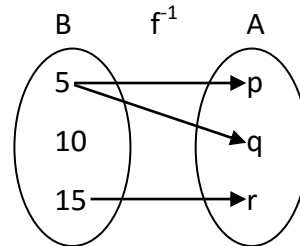
$f$  : fungsi satu-satu on-to



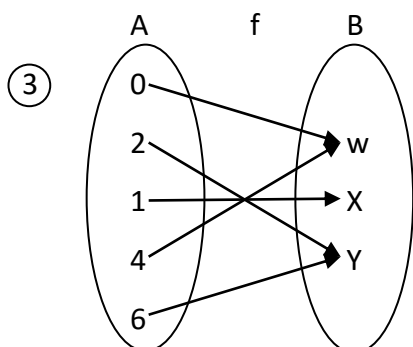
$f^{-1}$  : merupakan sebuah fungsi



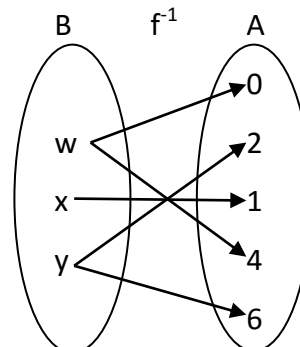
$f$  : fungsi in-to



$f^{-1}$  : bukan merupakan fungsi



$f$  : fungsi on-to

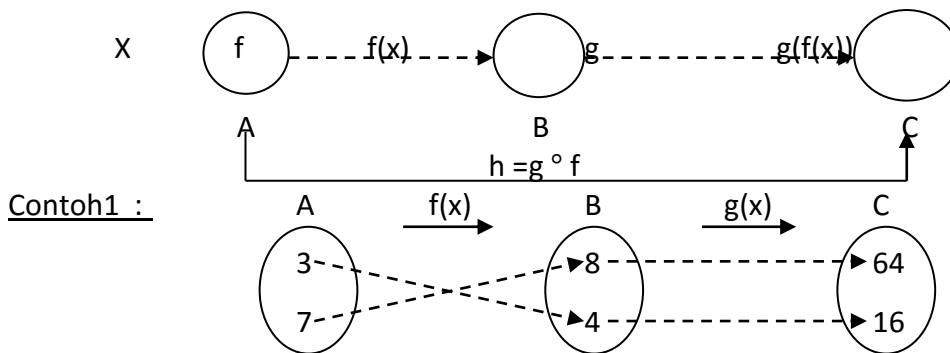


$f^{-1}$  : bukan merupakan fungsi

## 11. Fungsi Komposisi / Hasil Kali Fungsi

Jika  $f : A \rightarrow B$  dan  $g : B \rightarrow C$  dan jika  $a \in A$  sedangkan  $f(a) \in B$  merupakan domain dari  $g$ , dan peta dari  $f(a)$  adalah  $g(f(a)) \in C$ . Maka fungsi  $f$  yang dilanjutkan oleh fungsi  $g$  dengan domain  $A$  dan kodomain  $C$  disebut Fungsi Komposisi.

Jika fungsi baru tersebut  $h : A \rightarrow C$  maka  $h$  disebut fungsi komposisi  $f$  dan  $g$  atau fungsi tersusun  $f$  dan  $g$ , dilambangkan dengan " $g \circ f$ " (g bundaran f)

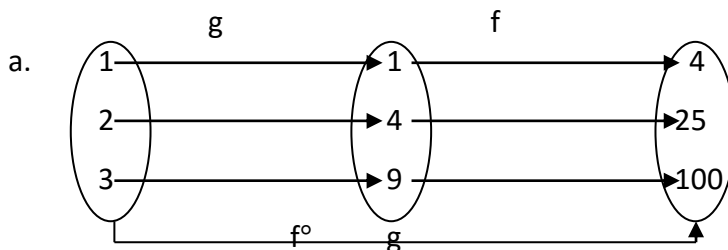


$$\begin{array}{llll}
 f : A \rightarrow B & f(3) = 4 & g : B \rightarrow C & g(4) = 16 \\
 & f(7) = 8 & & g(8) = 64 \\
 & f(x) = x + 1 & & g(x) = x^2 \\
 \text{Jadi } h(x) = g \circ f = g(f(x)) = (x+1)^2 & & h : A \rightarrow C & h(4) = 16 \\
 & & & h(8) = 64 \\
 & & & h(x) = (x+1)^2
 \end{array}$$

Contoh 2 : Diketahui  $g = \{(1,1), (2,4), (3,9)\}$  dan  $f = \{(1,4), (4,25), (9,100)\}$

- Gambarlah diagram panah dari  $f \circ g$
- Tentukan himpunan pasangan berurutan  $f \circ g$
- Tentukan rumus fungsi  $g$ , fungsi  $f$  dan fungsi  $h (f \circ g)$
- Tentukan Domain dan Range dari fungsi  $g$  dan fungsi  $f$
- Tentukan Domain dan Range dari fungsi  $h (f \circ g)$

Penyelesaian :



b. Himpunan  $f \circ g = \{(1,4), (2,25), (3,100)\}$

c.  $g(x) = x^2$                        $f(x) = (x+1)^2$                        $h(x) = (x^2 + 1)^2$

d.  $D(g) = \{1,2,3\}$      $D(f) = \{1,4,9\}$      $Rg(g) = \{1,4,9\}$      $Rg(f) = \{4,25,100\}$

e.  $D(h) = \{1,2,3\}$                        $Rg(h) = \{4,25,100\}$

Contoh 3 : Diketahui  $f(x) = x^2 + 3$ ,  $g(x) = x - 1$ ,  $h = f \circ g$  dan  $k = g \circ f$

Tentukan :  $f(g(2))$ ,  $g(f(2))$ , rumus fungsi  $h$  dan rumus fungsi  $k$  kemudian  $h(2)$  dan  $k(2)$

Penyelesaian :  $f(g(2)) = f(2-1) = f(1) = 1^2 + 3 = 4$

$$g(f(2)) = g(2^2 + 3) = g(7) = 7 - 1 = 6$$

$$h(x) = f(g(x)) = f(x-1) = (x^2 + 3) - 1 = x^2 + 2$$

$$k(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = (x^2 + 3) - 1 = x^2 + 2$$

$$h(2) = 2^2 + 2 = 4 \quad , \quad k(2) = 2^2 + 2 = 6$$

## BAB IV

# LOGIKA

**Logika** adalah ilmu yang berhubungan dengan argumen-argumen dan kesimpulan tentang prinsi-prinsip validitas penalaran atau ilmu yang digunakan untuk berfikir dan menalar dengan benar. Didalam matematika, fungsi Logika adalah mengubah bahasa manusia menjadi bahasa mesin (komputer). Dalam mesin (komputer), Basis 2 sebagai otaknya dan logika sebagai bahasanya.

Belajar logika dapat meningkatkan kemampuan bernalar seseorang, karena dengan belajar logika:

1. Kita dapat mengenali dan menggunakan bentuk-bentuk umum tertentu dari cara menarik kesimpulan yang absah, dan dapat menghindari kesalahan-kesalahan yang sering terjadi.
2. Kita dapat memperpanjang rangkaian penalaran yang saling berkaitan untuk menyelesaikan problem-problem yang lebih kompleks.

Dalam proses melakukan penalaran atau penarikan kesimpulan, kita akan menggunakan kalimat atau pernyataan. Oleh karena itu, perlu dibahas terlebih dahulu beberapa macam kalimat atau pernyataan yang akan digunakan dalam penalaran logika.

Kalimat adalah gabungan kata yang memiliki arti tertentu. Dalam logika Kalimat dibedakan menjadi 2 yaitu :

- Kalimat berarti : kalimat yang sudah dapat ditentukan salah dan benarnya atau kalimat yang berupa pernyataan. Contohnya :
  - Alqur'an adalah kitab suci umat Islam.
  - $4 + 3 = 8$ .
  - Meter adalah satuan panjang.
- Kalimat Deklaratif : kalimat yang tidak perlu ditentukan salah dan benarnya. Contohnya :
  - Rapihan tempat tidurmu !
  - Bagus sekali pemandangannya !
  - Dimana letak pulau Madura ?

### OPERASI PADA LOGIKA

1. Negasi/Ingkaran ( $\neg$ ) : kalimat yang bernilai benar jika sebelumnya bernilai salah. Contoh :
  - $p$  = jumlah sudut segitiga adalah  $180^\circ$  maka  $\neg p$  = tidak benar jumlah sudut segitiga adalah  $180^\circ$
  - $q$  = tinggi maka  $\neg q$  = tidak tinggi
  - $r$  = putih maka  $\neg r$  = tidak putih
  - $s = 3$  bilangan positif maka  $\neg s = 3$  adalah bukan positif

Tabel kebenaran Ingkaran :



p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$	$\neg\neg(\neg p)$
Benar	Salah	Benar	Salah
Salah	Benar	Salah	Benar

2. Konjungsi : gabungan dua pernyataan yang dihubungkan dengan kata “dan” ( $\wedge$ )

Contoh :

➤ p = 5 adalah bilangan prima (B)    q = 5 adalah bilangan ganjil (B)

$p \wedge q$  = 5 adalah bilangan prima dan ganjil (B)

Nilai kebenaran Konjungsi : suatu konjungsi dikatakan benar jika kedua pernyataan pendukungnya bernilai benar.

Tabel Kebenaran konjungsi :

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

3. Disjungsi : gabungan dua pernyataan yang dihubungkan dengan kata “atau” ( $\vee$ )

Contoh :

➤ p = Bogor adalah di Jawa Barat (B)    q = Bogor adalah kota propinsi (S)

$p \vee q$  = Bogor adalah di Jawa Barat atau kota propinsi (B)

Nilai Kebenaran Disjungsi : suatu disjungsi dikatakan benar jika salah satu pernyataannya bernilai benar.

Tabel Kebenaran Disjungsi :

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

4. Implikasi : Gabungan dua pernyataan yang diawali dengan kata “jika” dan dihubungkan dengan kata “maka” dilambangkan dengan “ $\rightarrow$ ”

Misal :  $p \rightarrow q$     p dinamakan antesedan / hipotesis

q dinamakan konsekuen / konklusi

Contoh :

➤ p = kemarau tahun ini sangat panjang    q = petani gagal panen

$p \rightarrow q$  = Jika kemarau tahun ini sangat panjang maka petani gagal panen

Nilai Kebenaran Implikasi : suatu implikasi dikatakan benar jika antesedannya salah atau konsekuennya benar. Dan dari  $p \rightarrow q$  dinyatakan bernilai benar jika :

- p merupakan syarat cukup bagi q
- q merupakan syarat perlu bagi p.

Contoh : p = Ali beragama Islam  
 q = Ali seorang haji

Dari dua pernyataan diatas, p merupakan syarat perlu bagi q maka implikasi yang benar adalah  $q \rightarrow p$  yaitu : jika Ali seorang haji maka ia beragama Islam.

Tabel Kebenaran Implikasi :

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

5. Biimplikasi : gabungan dua pernyataan yang dihubungkan dengan kata “jika dan hanya jika”, dilambangkan dengan “ $\leftrightarrow$ ”

Contohnya :

$$p : 2 \times 2 = 4 \qquad q : 4/2 = 2$$

$$p \leftrightarrow q : 2 \times 2 = 4 \text{ jika dan hanya jika } 4 / 2 = 2$$

Nilai Kebenaran Biimplikasi : suatu biimplikasi dikatakan benar jika kedua pernyataan pendukungnya bernilai sama.

Contoh :

- $p : 0 \times 4 = 8$  (S)       $q : 8 / 4 = 0$  (S)  
 $p \leftrightarrow q : 0 \times 4 = 8$  jika dan hanya jika  $8 / 4 = 0$  (biimplikasi benar)
- $p : 2 \times 2 = 4$  (B)       $q : 4/2 = 2$  (B)  
 $p \leftrightarrow q : 2 \times 2 = 4$  jika dan hanya jika  $4 / 2 = 2$  (biimplikasi benar)

Tabel Kebenaran Biimplikasi

p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

### 6. Konvers, Invers dan Kontra posisi

Dari  $p \rightarrow q$  maka :  $q \rightarrow p$  : disebut Konvers  
 $\neg p \rightarrow \neg q$  : disebut Invers  
 $\neg q \rightarrow \neg p$  : disebut Kontra posisi

Contoh :

$p \rightarrow q$  : Jika harimau bertaring maka ia binatang buas

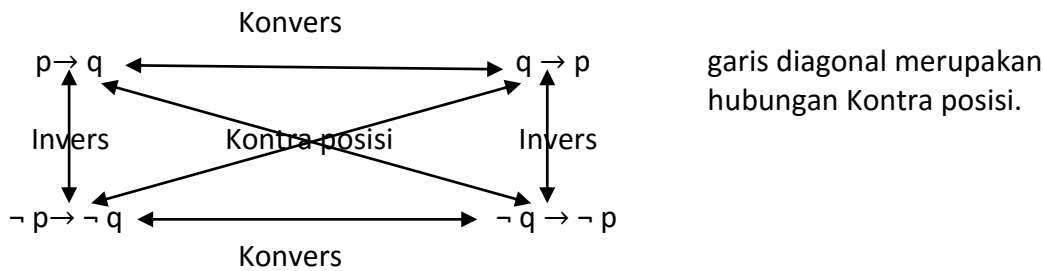
Maka :

Invers ( $\neg p \rightarrow \neg q$ ) : Jika harimau tidak bertaring maka ia bukan binatang buas

Konvers ( $q \rightarrow p$ ) : Jika harimau binatang buas maka ia bertaring

Kontraposisi ( $\neg q \rightarrow \neg p$ ) : Jika harimau bukan binatang buas maka ia tidak bertaring

Hubungan Implikasi, Konvers, Invers dan Kontra posisi dapat digambarkan sbb :



Perhatikan Tabel Kebenaran dibawah ini :

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

$\left\{ \begin{array}{l} \text{↑} \\ \text{SAMA} \\ \text{↑} \\ \text{SAMA} \\ \text{↑} \end{array} \right.$

## 7. Modus Ponens, Modus Tolens dan Silogisme

Kita mengenal istilah berfikir Deduktif dan Induktif. **Deduktif** adalah penarikan kesimpulan dari pernyataan yang bersifat umum untuk ditarik kesimpulan yang bersifat khusus (dalam matematika contohnya dari rumus-rumus ke contoh-contoh soal) sedangkan **Induktif** adalah penarikan sebuah kesimpulan yang bersifat umum dari berbagai kasus yang bersifat khusus/individual (dari contoh-contoh soal ke kesimpulan umum/generalisasi).

**Argumen** adalah serangkaian pernyataan-pernyataan yang mempunyai ungkapan-ungkapan pernyataan “penarikan kesimpulan”. Argumen terdiri dari dua kelompok pernyataan, yaitu *premis* (pernyataan-pernyataan sebelum kesimpulan) dan sebuah *konklusi* (kesimpulan).

7.1. Modus Ponens : suatu penarikan kesimpulan yang jika diketahui “ $p \rightarrow q$ ” dan “ $p$ ” maka kesimpulannya adalah “ $q$ ”

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \text{ (premis 1)} \\ p \text{ (premis 2)} \end{array}}{q \text{ (kesimpulan)}}$$

Contoh : Jika saya makan di kelas maka saya minum di kelas (premis 1)  
Saya makan di kelas (premis 2)

---

Saya minum di kelas

(kesimpulan)

7.2. Modus Tollens : suatu penarikan kesimpulan yang jika diketahui " $p \rightarrow q$ " dan " $\neg q$ " maka kesimpulannya adalah " $\neg p$ "

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \text{ (premis 1)} \\ \quad \neg q \text{ (premis 2)} \\ \hline \neg p \text{ (kesimpulan)} \end{array}$$

Contoh : Jika saya makan di kelas maka saya minum di kelas (premis 1)  
 Saya tidak minum di kelas (premis 2)

---

Saya tidak makan di kelas

(kesimpulan)

7.3. Silogisme adalah : suatu penarikan kesimpulan yang jika diketahui " $p \rightarrow q$ " dan " $q \rightarrow r$ " maka kesimpulannya adalah " $p \rightarrow r$ "

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \text{ (premis 1)} \\ \quad q \rightarrow r \text{ (premis 2)} \\ \hline p \rightarrow r \text{ (kesimpulan)} \end{array}$$

Contoh : Jika hujan sangat deras maka air sungai meluap (premis 1)  
 Jika air sungai meluap maka terjadi banjir (premis 2)

---

Jika hujan sangat deras maka terjadi banjir

(kesimpulan)

## 8. Pernyataan berkuantor

Kuantor adalah : suatu notasi yang fungsinya untuk mengganti kata-kata yang tidak dimengerti oleh mesin, karena memiliki arti yang jelas. ( Contohnya : beberapa, tidak semua, ada, dll ).

Ada 2 macam pernyataan berkuantor yaitu :

1. Kuantor Universal yaitu sebagai pengganti kata "semua /setiap" dan dinotasikan dengan " $\forall$ "

Contoh : Semua mahasiswa dilarang pacaran didalam kelas  
 (ditulis :  $\forall$  mahasiswa dilarang pacaran didalam kelas)

2. Kuantor Eksistensial yaitu sebagai pengganti kata "beberapa/ada" dan dinotasikan dengan " $\exists$ "

Contoh : Beberapa mahasiswa tidak masuk hari ini  
 (ditulis :  $\exists$  mahasiswa tidak masuk hari ini)

Contoh pada kalimat matematika :

- $(\forall x \in \mathbb{R})$  maka  $(x^2 + 1) > 0$
- $(\exists x \in \mathbb{B})$  maka  $(x + 5) > 0$

## 9. Negasi Pernyataan berkuantor

Pernyataan	Negasi
$\forall x, P(x)$	$\exists x, \neg P(x)$
$\exists x, P(x)$	$\forall x, \neg P(x)$
$\forall x, \neg P(x)$	$\exists x, P(x)$
$\exists x, \neg P(x)$	$\forall x, P(x)$

Contoh :

Kalimat : Tak seorangpun boleh menginjak rumput di taman

Kalimat kuantornya : Semua orang tidak boleh menginjak rumput ( $\forall x, \neg P(x)$ )

Negasinya : beberapa orang boleh menginjak rumput di taman ( $\exists x, P(x)$ )

## 10. Hukum De Morgan

$$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$$

$$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

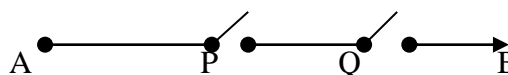
## 11. Ekuivalensi implikasi:

$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$$

## 12. Aplikasi Logika.

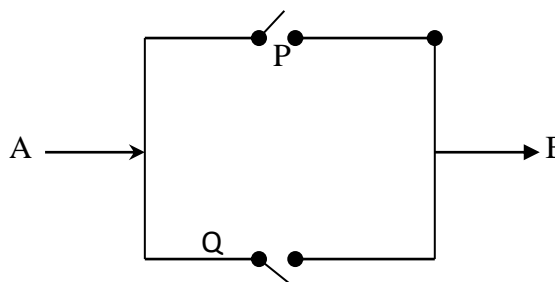
12.1. Pada hubungan Seri = Konjungsi ( $\wedge$ )

P	Q	$P \wedge Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

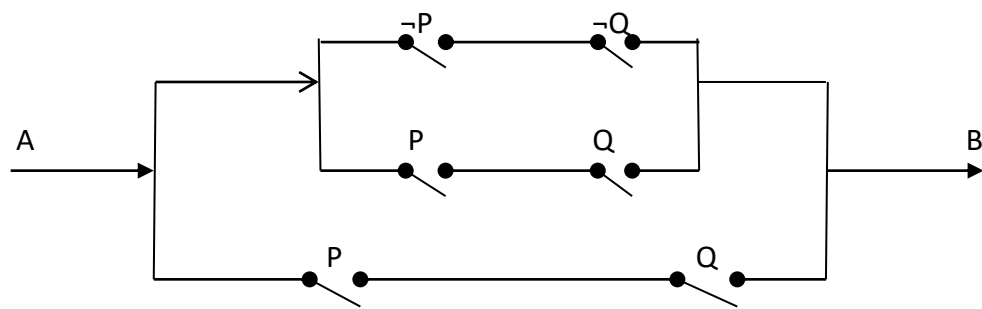


12.2. Pada hubungan paralel

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$	$\{(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)\} \vee (P \wedge Q)$
1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1



### 13. Latihan soal 1.5

1. Buatlah tabel kebenarannya
  - a.  $(p \wedge q) \rightarrow q$
  - b.  $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
  - c.  $(p \wedge q) \wedge \neg (p \vee q)$
  - d.  $\{(p \rightarrow q) \wedge p\} \rightarrow q$
  - e.  $\{(p \rightarrow q) \wedge \neg q\} \rightarrow p$
  - f.  $\{(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)\} \rightarrow (p \rightarrow r)$
2. “Semua orang bersedih atas meninggalnya KH. Abdurrahman Wachid”  
Negasi dari kalimat tersebut adalah :
3. Dengan menggunakan tabel kebenaran, Buktikan bahwa hukum De Morgan adalah benar.
4. “Ada Pejabat yang tidak melakukan Korupsi”  
Negasi dari kalimat tersebut adalah ?
5. Buatlah suatu contoh pernyataan dari Modus Ponens, Tollens dan Silogisme
6. P : Hewan itu hidupnya di air  
Q : Hewan itu adalah ikan  
Implikasi yang benar untuk 2 pernyataan diatas adalah :

### DAFTAR PUSTAKA

1. Masriyah. 2007. *Matematika Dasar*. Surabaya: Unipress Unesa.
2. Stoll, R. 1979. *Introduction to Set Theory and Logic*. New York: Dover Publication, Inc
3. Rosen, K.H. 2000. *Elementary Number Theory and its Applications*. New York: Addison Wesley Longman.