# MODUL

## MATEMATIKA SEKOLAH 1

Oleh:
DIDIK HERMANTO, M. Pd.

**STKIP PGRI BANGKALAN**

**PRODI S1PENDIDIKAN MATEMATIKA**

**2014**

# BAB I
# PENDAHULUAN

## I. PENGERTIAN

Matematika sekolah adalah bagian matematika yang diberikan untuk dipelajari oleh siswa sekolah (formal), yaitu SD, SLTP, dan SLTA (Erman Suherman 1993:134). Menurut Soedjadi (1995:1)matematika sekolah adalah bagian atau unsur dari matematika yang dipilih antara lain dengan pertimbangan atau berorentasi pada pendidikan.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa matematika sekolah adalah matematika yang telah dipilah-pilah dan disesuaikan dengan tahap perkembangan intelektual siswa, serta digunakan sebagai salah satu upaya untuk mengembangkan kemampuan berpikir para siswa. Materi matematika sekolah I adalah merupakan topik matematika yang bisa dijadikan pengayaan atau pilihan di tingkat sekolah.

## II. TUJUAN PEMBELAJARAN

Tujuan mata kuliah ini adalah untuk mempelajari topik-topik esensial dalam matematika yang sering terjadi miskonsepsi di kalangan siswa, topik-topik esensial yang tidak dibahas di mata kuliah lain di perguruan tinggi serta topik matematika yang bisa dijadikan pengayaan atau pilihan di tingkat sekolah.

Banyak topik esensial yang seringkali terjadi salah pengertian (miskonsepsi) di kalangan siswa, calon guru matematika, dan para guru matematika di lapangan, Misalnya :

1. berapa nilai dari sin 30 ? Jawaban mereka umumnya adalah $\frac{1}{2}$. Sepintas jawaban ini benar. Padahal bila kita cermat menyimak pertanyaannya, jelaslah jawaban ini salah. Sebab 30 di pertanyaan tersebut adalah 30 radian, bukan 30 derajat.
2. Tentukan nilai-nilai $x$ yang memenuhi persamaan $x^2 + 3x + 2 = 0$

   Jawaban siswa yang miskonsepsi itu misalnya seperti berikut ini.

   $x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad (x + 1)(x + 2) = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1$ dan $x = -2$.

   Sehingga nilai-nilai x yang memenuhi persamaan adalah $\{2, -1\}$ .

Sekurang-kurangnya ada dua hal kekeliruan yang terjadi dalam penyelesaian tersebut. Pertama penggunaan kata “dan” serta pembuatan kesimpulan berupa penulisan himpunan penyelesaian, yaitu Penggunaan kata “dan” tidak benar dan pembuatan kesimpulan berupa penulisan himpunan penyelesaian juga keliru karena dalam perintah soal tidak diminta untuk menentukan himpunan penyelesaian (istilahnya antara perintah soal dan jawaban tidak nyambung, tidak logis.)

3. Misalnya diberikan f(x) = $x^2 - 4$ , sering siswa membacanya dengan fungsi f(x) sama dengan $x^2 - 4$ padahal f(x) itu bukan fungsi melainkan nilai fungsi f dibawah x.

   Apa **"bilangan"** itu ? Bilangan adalah kumpulan angka yang menempati urutan sebagai satuan, puluhan, ratusan, ribuan, dan seterusnya. Sedangkan angka adalah merupakan notasi pembentuk suatu bilangan.

# BAB II
# PERSAMAAN GARIS LURUS DAN GRADIEN

## I. PENGERTIAN PERSAMAAN GARIS LURUS

Persamaan garis lurus/Persamaan linear adalah suatu persamaan yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah satu dan grafiknya berupa garis lurus.

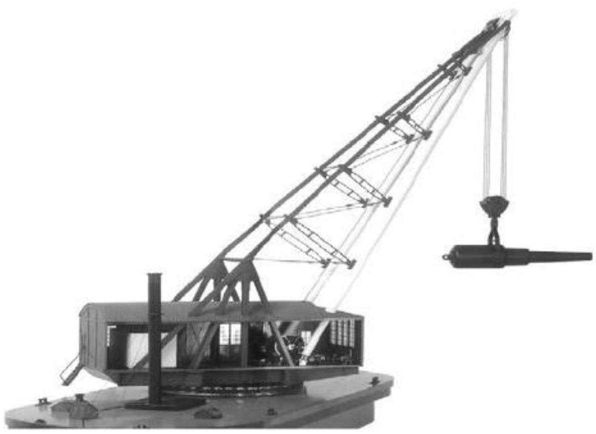
Bentuk umum persamaan garis lurus/persamaan linear adalah :

1. Bentuk Explisit : y = mx + c
   - m : kemiringan/gradien dari garis tersebut
   - y dan x : variabel persamaan garis tersebut
   - c : konstanta, yaitu merupakan titik potong garis tersebut terhadap sumbu y, atau dengan kata lain jika x = 0 maka y = konstantanya.

2. Bentuk Implisit : $Ax + By + C = 0$ dengan syarat x dan y $\neq$ 0
   Bentuk Implisit tersebut masih harus disederhanakan menjadi :
   $Ax + By + c = 0$
   $By = -Ax - C \rightarrow y = -\frac{B}{A} - \frac{C}{A}$
   Sehingga : $-\frac{B}{A}$ : merupakan gradien garis tersebut
   $-\frac{C}{A}$ : konstanta yaitu merupakan titik potong dari garis tersebut terhadap sumbu y

## II. GRADIEN

Gradien adalah ukuran kemiringan suatu garis lurus

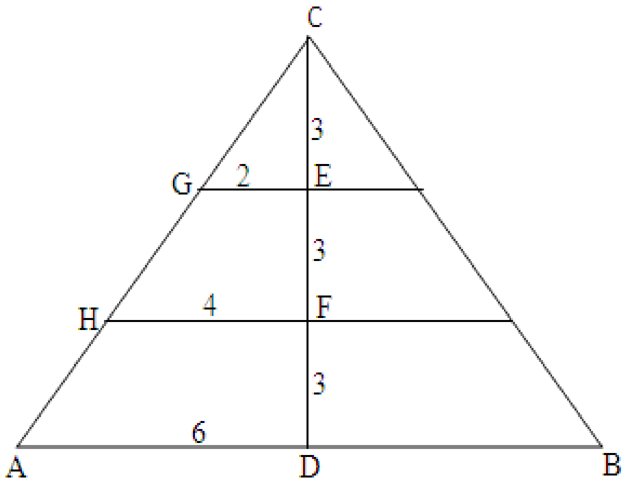


Perhatikan gambar di samping. Gambar tersebut menunjukkan penampang sebuah derek yang dibangun pada tahun 1886 di Dermaga Tilburi dekat London. Derek tersebut terdiri dari pipa baja yang dihubungkan dengan kabel sebagai kerekan. Pipa baja bisa diibaratkan sebagai garis lurus.

Perhatikan gambar disamping : seseorang sedang menaiki sebuah tangga.

Jika tangga dianggap sebagai garis lurus maka nilai kemiringan tangga dapat ditentukan dengan cara membandingkan tinggi tembok yang dapat dicapai ujung tangga dengan jarak kaki tangga dari tembok.

Gambar dibawah menunjukkan bangunan atap rumah yang disederhanakan menjadi sebagai berikut :




Keterangan:

AB = atap bagian kiri

CB = atap bagian kanan

DB = tiang penyangga tegak

AC = alas penyangga mendatar

Apakah kemiringan $AB$ , $HB$ , dan $GB$ adalah sama ?

Kemiringan GB $= \frac{EB}{GE} = \frac{3}{2}$

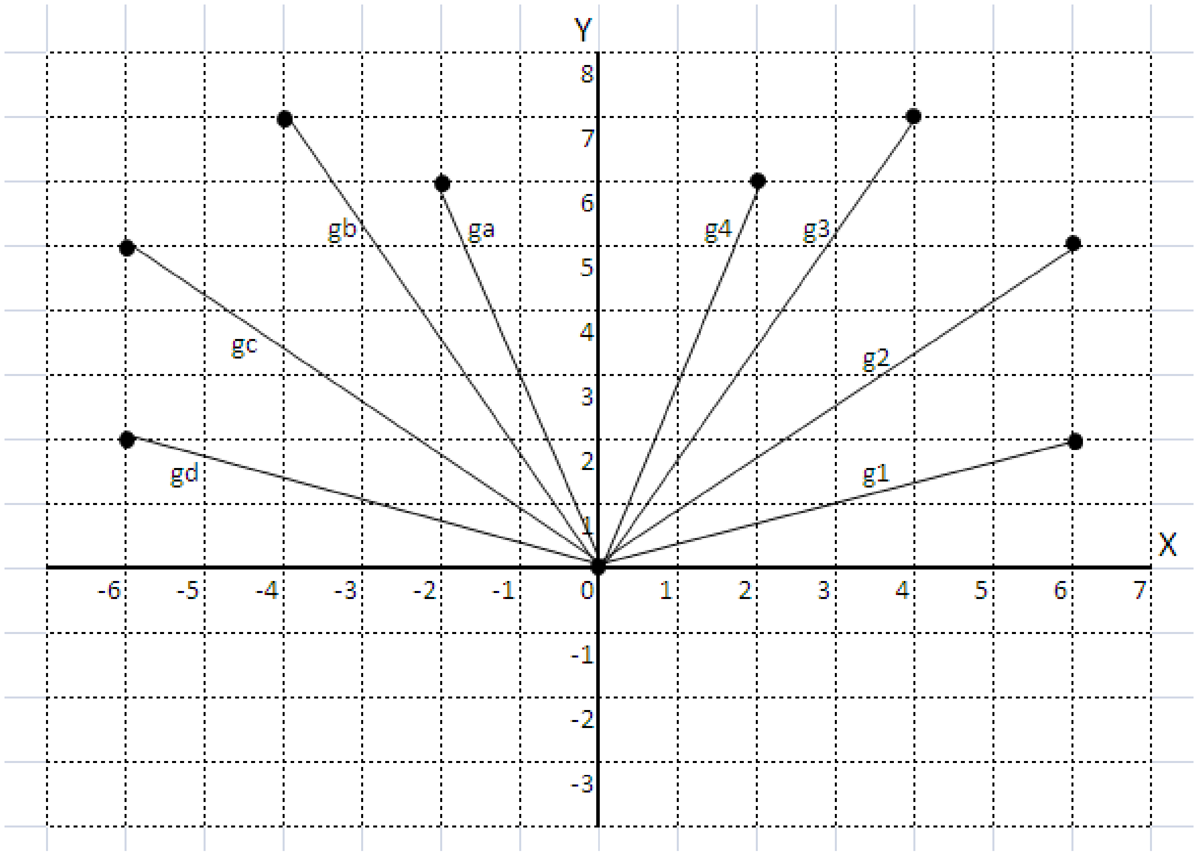
Kemiringan HB $= \frac{FB}{HF} = \frac{6}{4}$

Kemiringan AB $= \frac{DB}{AD} = \frac{9}{6}$

Dapat disimpulkan bahwa gradien/ukuran kemiringan garis :

$$\frac{komponen\ sisi\ tegak}{komponen\ sisi\ datar}$$

Dalam diagram kartesius, sisi tegak diwakili oleh sumbu Y dan sisi mendatar diwakili oleh sumbu X




1. Dari gambar garis-garis diatas jika m adalah gradien dari garis g, maka tentukan m1, m2, m3, m4, ma, mb, mc dan md !

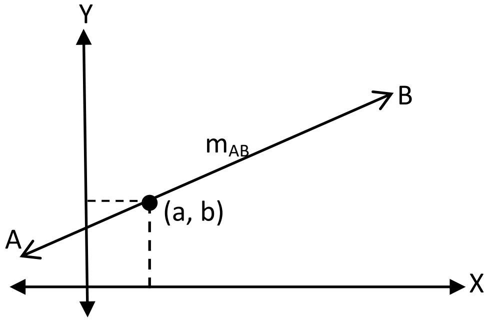
2. Tentukan nilai gradien dan konstanta dari persamaan-persamaan garis lurus berikut !

   a. $y = -3x + 6$
   b. $5x + 10y + 2 = 0$
   c. $3y = 12 + 6x$
   d. $4x + 2y = 0$
   e. $3x - 6y = 2y + x - 1$
   f. $\frac{4}{x-2} = \frac{8}{y-4}$

## III. MENENTUKAN/MENYUSUN PERSAMAAN GARIS LURUS

1. Persamaan garis lurus yang melalui sebuah titik (a, b) dengan gradien m

Perhatikan gambar dibawah ini, Jika diketahui kemiringan garis $\overleftrightarrow{AB}$ adalah m maka persamaan garis tersebut dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut :




Untuk setiap titik (x, y) yang berada disepanjang garis AB, jika dihubungkan dengan titik (a, b) maka garis hubung tersebut akan memiliki gradien $m = m_{AB}$

$m = m_{AB} = \frac{y-b}{x-a} \rightarrow y - b = m_{AB}(x - a)$

Jadi persamaan garis lurus yang melalui titik (a, b) dengan gradien m adalah : $\boxed{y - b = m(x - a)}$

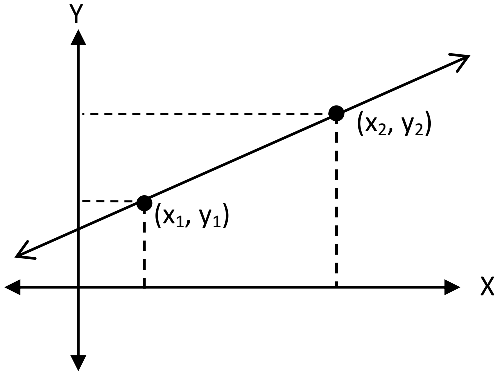
Contoh : Tentukan persamaan garis yang melalui titik (3, 4) dengan nilai kemiringan = 2 !

Jawab : garis tersebut melalui titik (a, b) = (3, 4) dengan gradien = 2

$$y - b = m(x - a)$$
$$y - 4 = 2(x - 3) = 2x - 6$$
$$y = 2x - 6 + 4 = 2x - 2$$

2. Persamaan garis yang melalui dua titik yaitu titik (x1, y1) dan titik (x2, y2)

Perhatikan gambar dibawah ini, garis tersebut melalui dua titik yaitu titik $(x_1, y_1)$ dan titik $(x_2, y_2)$ sehingga gradien garis tersebut dapat dihitung yaitu :m = $\frac{komponen\ y}{komponen\ x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ yang artinya garis tersebut melalui salah satu titik misalnya $(x_1, y_1)$ dan bergradien m = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$




Dengan formula $y - b = m_{AB}(x - a)$ maka diperoleh :

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ sehingga

$(y - y_1)(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$

$$\frac{y - y1}{y2 - y1} = \frac{x - x1}{x2 - x1}$$

Jadi persamaan garis lurus yang melalui titik $(x_1, y_1)$ dan titik (x2, y2) : $\boxed{\frac{y - y1}{y2 - y1} = \frac{x - x1}{x2 - x1}}$

Contoh 1 : Tentukan persamaan garis yang melalui titik A(2, 3) dan titik B(5,4) dan tentukan juga gradien serta panjang ruas garis AB !

Penyelesaian : misalnya titik A(2, 3) sebagai titik pertama (x1, y1) dan titik B(5, 4) sebagai titik kedua (x2, y2)

$$\frac{y - y1}{y2 - y1} = \frac{x - x1}{x2 - x1} \quad \leftrightarrow \quad \frac{y - 3}{4 - 3} = \frac{x - 2}{5 - 2} \leftrightarrow \frac{y - 3}{1} = \frac{x - 2}{3}$$

3y – 9 = x – 2

3y = x – 2 + 9 → y = $\frac{x - 7}{3}$

y = $\frac{1}{3}$ x + $\frac{7}{3}$ → Gradien garis = $\frac{1}{3}$

$$\overline{AB} = \sqrt{(xB - xA)^2 + (yB - yA)^2} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

Contoh 2. : Berapakah besar bonus seorang karyawan sehingga dia hanya menerima Rp. 500.000,- setelah dipotong pajak 20 % ? apakah hubungan antara besar pajak dan bonus yang diterima merupakan persamaan linear ? Jika merupakan persamaan linear tentukan gradiennya !

**LATIHAN 2.**

1. Tentukan gradien garis yang melalui titik-titik:
   a. A (2, 3) dan B (-2, 6)
   b. C (-4, -6) dan D (4, -6)
   c. E (4, -3) dan F (4, 8)
2. Tentukan persamaan garis yang melalui:
   a. Titik (-1, 4) dengan gradien (m) = 2
   b. Titik (-3, -5) dengan gradien (m) = - 1/3
   c. Titik (4, -4) dengan gradien 0
3. Dari soal nomor 2 diatas, gambarlah masing-masing garis tersebut dg diagram kartesius
4. Tentukan persamaan garis yang melalui titik-titik:
   a. P (5, 2) dan Q (1, 2)
   b. R (-2, -6) dan S (4, -8)
   c. T (4, -8) dan U (0, 4)

## IV. HUBUNGAN ANTARA DUA GARIS LURUS

1. Misalkan persamaan garis : g adalah : $y = m_1 x + k$
   h adalah : $y = m_2 x + k$

   Maka :

   garis g dan h dikatakan saling sejajar (//) jika $m_1 = m_2$

   garis g dan h dikatakan saling berpotongan jika $m_1 \neq m_2$

   garis g dan h dikatakan saling berpotongan tegak lurus jika $m_1 \cdot m_2 = -1$

2. Misalkan persamaan garis : g adalah : Ax + By + C = 0
   h adalah : Dx + Ey + F = 0

   Maka :

   garis g dan h dikatakan saling berimpit jika $\frac{A}{D} = \frac{B}{E} = \frac{C}{F}$

   garis g dan h dikatakan saling sejajar jika $\frac{A}{D} = \frac{B}{E}$

   garis g dan h dikatakan saling berpotongan jika $\frac{A}{D} \neq \frac{B}{E}$

   garis g dan h akan saling berpotongan tegak lurus jika $\frac{AD}{BE} = -1$

**Tugas untuk dikerjakan secara berkrlompok (maksimal 3 orang**

1. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1, -2) dan sejajar dengan garis y = 2x + 3 !
2. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1, -2) dan berpotongan tegak lurus dengan garis y = 2x + 3 !
3. Tentukan persamaan garis berpotongan dengan garis y = 3x + 5
4. Diketahui suatu garis l melalui titik A(-1, -2) dan berpotongan dengan garis y = 2x +7 di titik B(3, 1)! a). Tentukan persamaan garis l tesebut! b). Selidiki apakah garis l dan garis y saling berpotongan tegak lurus?!
5. Diketahui beberapa garis lurus dengan persamaan dibawah ini:

   | | | |
   |---|---|---|
   | p : 2x + 4y + 4 = 0 | r : 4x – 2y + 8 = 0 | k : x + y + 3 = 0 |
   | q : 3x + 6y + 9 = 0 | s : y = 2x + 2 | l : -2x + y + 4 = 0 |

   Dari garis p, q, r, s , k, l tersebut, dengan menunjukkan hasil operasi gradien 2 garis, maka

   a.) Tentukan pasangan-pasangan garis saling yang sejajar!

   b.) Tentukan pasangan-pasangan garis yang saling berpotongan!

   c.) Tentukan pasangan-pasangan garis yang saling berpotongan tegak lurus!

   d.) Tentukan pasangan-pasangan garis yang saling berimpit!

# BAB III
# PERSAMAAN KUADRAT

## I. Pengertian

Persamaan kuadrat adalah persamaan yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah 2.

Bentuk umum : $ax^2 + bx + c = 0$ , a, b, c = konstanta, x = variabel dan $a \neq 0$

Contoh :

- $2x^2 + 3x + 5 = 0$
- $3x^2 - 9x = 0$
- $x^2 - 4 = 0$

## II. Cara penyelesaian persamaan kuadrat

### 1. Dengan Memfaktorkan

Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ dapat ditulis menjadi $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Sehingga dapat difaktorkan menjadi $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

dimana : $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$ dan $x_1+x_2 = \frac{b}{a}$

Contoh :

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$(x - 1)(x - 5) = 0$

$x - 1 = 0$ atau $x - 5 = 0$

$x_1 = 1$ atau $x_2 = 5$

$x_1.x_2 = 1 . 5 = 5$ dan $x_1+x_2 = 1 + 5 = 6$

### 2. Dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna

Dari bentuk : $ax^2 + bx + c = 0$ dapat dijadikan kuadrat sempurna apabila a = 1 dan $c = (\frac{1}{2} . b)^2$ dengan kata lain bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ harus dirubah menjadi $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ dengan $\frac{c}{a} = (\frac{1}{2} . \frac{b}{a})^2$

Contoh :

$x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow a = 1$ dan $(\frac{1}{2} . b)^2 = 3^2 = 9$

$x^2 - 6x = -5$

$x^2 - 6x + 3^2 = -5 + 3^2$

$(x - 3)^2 = 4$

$x - 3 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$x_1 = 2 + 3 = 5$ atau $x_2 = -2 + 3 = 1$

### 3. Dengan rumus a,b,c

Bentuk umum :

$$\boxed{x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Contoh :

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x_{12} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.1.5}}{2.1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$

$x_1 = \frac{6 + 4}{2} = 5$ atau $x_2 = \frac{6-4}{2} = 1$

**4. Latihan –latihan Soal**

1. Carilah akar-akar dari persamaan kuadrat dibawah ini dengan memfaktorkan dan kuadrat sempurna :
   a. $x^2 + 4x - 5 = 0$ c. $3x^2 - 6x - 9 = 0$
   b. $2x^2 - 8x + 6 = 0$ d $x^2 - 10x + 35 = 10$
2. Carilah akar-akar dari persamaan dibawah ini dengan memfaktorkan dan dengan rumus a,b,c
   a. $x^2 - 7x + 12 = 0$ b. $2x^2 - 6x - 20 = 0$

**5. Tugas**

1. Carilah akar-akar persamaan dibawah ini !
   a. $x^2 + 5x + 3$ b. $2x^2 - 7x + 3 = 0$
2. Carilah akar-akar persamaan dibawah ini dengan 3 cara !
   c $2x^2 - 20x + 70 = 20$ d. $3x^2 - 21x + 36 = 0$

## III. Jumlah dan Hasil kali akar-akar Persamaan Kuadrat.

**1. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat ($x_1 + x_2$)**

Dari $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ dan $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

**2. Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat ($x_1 . x_2$)**

Dari $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ dan $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$

Contoh :

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-6)}{1} = 6$

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{1} = 5$

**3. Latihan –latihan Soal**

1. Selesaikan persamaan-persamaan dibawah ini !

   a. $\frac{1}{t-1} + \frac{1}{t-4} = \frac{5}{4}$ b. $\sqrt{5+2x}$ = x + 1

2. Diberikan : $2x^2 - 3x + 5 = 0$, Hitunglah :

   a. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ b. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

**Tugas Pra UTS**

1. Tentukan kemiringan beberapa garis yang melalui titik-titik dibawah ini !
   a. Titik (5, 2) dan titik (-5, -2) c. Titik (-8, 1) dan titik (8, 1)
   b. Titik (5, -4) dan titik (-2, 4) d. Titik (0,0) dan titik (1,-4)
2. Tentukan persamaan garis dengan kemiringan = $\frac{1}{2}$ & melalui titik (-2, -6)
3. Sebuah garis $g_1$ menghubungkan titik A(2,4) dan titik B(-2,-4). Jika sebuah garis lain ($g_2$) yang sejajar dengan garis $g_1$ memotong sumbu y = 6, maka tentukan persamaan garis $g_2$ tersebut !
4. Dua buah garis $g_1$ dan $g_2$ saling memotong tegak lurus di titik (3,4). Jika garis $g_1$ memotong sumbu x = -3 maka tentukan persamaan garis $g_2$ !
5. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan-persamaan kuadrat dibawah ini sehingga kalimat matematikanya menjadi benar !
   a. $-2x^2 – 3x + 5 = 0$ c. $2x^2 + x – 5 = 0$
   b. $x^2 + 6x + 15 = 10$ d. $3x^2 – 12x - 3 = 4$
6. Diberikan : $2x^2 - 3x + 5 = 0$, Hitunglah :
   a. $x_1^2 + x_2^2$ c. $x_1^2 . x_2 + x_1 . x_2^2$
   b. $(x_1 - x_2)^2$ d. $(x_1 + x_2)^2$
7. Selesaikan persamaan- persamaan dibawah ini :
   b. $\frac{t+4}{t-1} + \frac{t+1}{t-4} = \frac{5}{4}$ b. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$
8. Dari akar-akar dibawah ini bentuklah persamaannya !
   a. $x_1 = 7$ atau $x_2 = 5$
   b. $x_1 = -3$ atau $x_2 = 4$
   c. $x_1 = -4$ atau $x_2 = -5$

# BAB IV
# EXPONEN

## I. Pengertian Exponen

Exponen adalah perkalian dari suatu bilangan yang diulang-ulang

Notasi pada umumnya: $x^n$ , dengan x sebagai bilangan pokok dan n disebut sebagai exponen.

Misalnya : $2^3 = 2 . 2 . 2 = 8$ (Dua pangkat tiga sama dengan Delapan)

$5^3 = 5 . 5 . 5 = 125$

$x^2 = x . x$

$1^n = 1$ (untuk semua bilangan n)

## II. Beberapa Ketentuan dalam Exponen

1. Jika exponen = 2, maka dapat disebut persegi karena luas persegi dengan panjang sisi a dapat dihitung dengan menggunakan $a^2$
2. Jika exponen = 3 , maka dapat disebut kubik karena volume kubus dengan pa jang rusuk a dapat dihitung dengan menggunakan $a^3$
3. Jika exponen = -1, maka hasilnya dapat dihitung dengan cara mengitung invers dari bilangan pokoknya → $x^{-1} = \frac{1}{x}$
4. Jika exponen kurang dari 0, maka hasilnya dapat dengan membalik bilangan pokoknya dan menghitung pangkatnya. → $2^{-3} = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$
5. Jika nilai exponen = $\frac{1}{2}$ maka hasilnya adalah akar persegi dari bilangan pokoknya.

   Misalnya : $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ , $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$
6. Jika nilai exponen = bilangan rasional ( $\frac{n}{m}$ ) maka hasilnya adalah akar ke m dari bilangan pokok pangkat n → $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

## III. Operasi pada Bilangan Exponen.

1. $(a.b)^n = a^n . b^n$

   Contoh : $(4x)^3 = 4^3 . x^3 = 64 x^3$
2. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ , $b \neq 0$

   Contoh : a. $(\frac{4}{x})^3 = \frac{4^3}{x^3} = \frac{64}{x^3} = 64 x^{-3}$ b. $(\frac{x}{3})^3 = \frac{x^3}{3^3} = \frac{x^3}{27} = \frac{1}{27} x^3$
3. $a^n . a^m = a^{n+m}$

   Contoh : $3^2 . 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$
4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , $a \neq 0$

Contoh : $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

5. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ , $a \neq 0$

   Contoh : a. $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$ b. $\frac{3^3}{3^5} = 3^{3-5} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

6. $(a^n)^m = a^{n.m}$

   Contoh : a. $(3^2)^2 = 3^4 = 81$ b. $(2^2)^{-3} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

7. $a^0 = 1$ , $a \neq 0$

   Contoh : a. $2^0 = 1$ b. $x^0 = 1$ c. $2x^0 = 2.1 = 2$

**Latihan Soal :**

1. Selesaikan operasi bilangan dibawah ini :

a. $\frac{(3^4)^3 .(3^2)^4}{(-3)^{15}.\ 3^4} =$

b. $\frac{3^8}{3^5}$ - $\frac{4^2 - 2^4}{2^4} =$

2. Sederhanakan

   a. $\left[\frac{X^{\frac{2}{3}} .Y^{-\frac{4}{3}}}{Y^{\frac{2}{3}} .\ X^2}\right]^{-\frac{3}{4}} =$

   b. $\left[\frac{1}{1+p}\right]^5 . \left[\frac{1}{1-p}\right]^{-7} . \left[\frac{p-1}{1+1}\right]^{-6} =$

3. Nyatakan kedalam bentuk exponen positif!

   a. $\left[\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}}\right]^{-1} =$

   b. $\frac{3x^{-1} - y^{-2}}{x^{-2} + 2y^{-1}} =$

## IV. Persamaan Exponen

Adalah persamaan yang didalamnya terdapat pangkat yang berbentuk fungsi dalam x, dimana x sebagai peubahnya.

**Bentuk-bentuk persamaan exponen :**

1. Bilangan pokoknya bisa disamakan sehingga pangkatnya juga kisa disamakan.

   Bentuk umum : $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ maka f(x) = g(x)

2. Bilangan pokoknya berbeda dan pangkatnya sama, maka pangkatnya = 0

   Bentuk umum : $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ maka f(x) = 0

3. Bilangan pokoknya berbeda dan pangkatnya berbeda maka dapat diselesaikan dengan menggunakan logaritma.

   Bentuk umum : $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ maka f(x) log a = g(x) log b

4. Bilangan pokok (dalam bentuk fungsi) sama dan pangkatnya berbeda

   Bentuk umum : $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$

   Maka ada 3 kemungkinan yaitu :

   a. Pangkatnya sama yaitu : g(x) = h(x)
   b. Bilangan pokoknya = 1 $\rightarrow$ f(x) = 1 $\rightarrow$ $1^{g(x)} = 1^{h(x)} = 1$
   c. Bilangan pokok f(x) = -1, dengan syarat setelah nilai x didapat dari f(x) = -1 maka nilai pangkatnya yaitu g(x) dan h(x) kedua-duanya harus genap / ganjil.
      - g(x) dan h(x) genap maka $(-1)^{g(x)} = (-1)^{h(x)} = 1$
      - g(x) dan h(x) ganjil maka $(-1)^{g(x)} = (-1)^{h(x)} = -1$

**<u>Latihan Soal :</u>**

1. Selesaikan persaman-persamaan exponen dibawah ini !

   a. $\sqrt{8^{(2x-3)}} = (32^{(x+1)})^{1/4}$
   c. $3^{x^2-3x+2} + 3^{x^2-3x} = 10$
   b. $2^{2x+2} - 2^{x+2} + 1 = 0$
   d. $3^x + 3^{3-x} - 18 = 10$

2. Tentukan nilai x untuk persamaan dibawah ini :

   a. $3^{x^2-x-2} = 7^{x^2-x-2}$
   b. $15^{x^2+8x-240} = 30^{x^2+8x-240}$

3. Tentukan nilai x untuk persamaan dibawah ini :

   $(x^2 + 4x + 5)^{x^2+2x-3} = (x^2 + 4x + 5)^{x^2-2x+5}$

# BAB V
# LOGARITMA

## I. Pengertian Logaritma

Logaritma adalah operasi dalam matematika yang merupakan kebalikan (invers) dari exponen/pemangkatan.

Rumus dasar logaritma : $b^c = a$ jika dan hanya jika $^b\log a = c$

b = disebut basis , a = bilangan yang dilogaritmakan, c = hasil

Basis yang sering digunakan adalah : 10, e = 2,71828…. Dan 2

$^e\log a$ ditulis ln a

$^{10}\log a$ ditulis log a

$^2\log a$ ditulis ld a

Kegunaan logaritma adalah untuk memecahkan persamaan yang pangkatnya tidak diketahui.

Dalam persamaan $b^n = x$ maka :

- b dapat dicari dengan pengakaran
- n dapat dicari dengan logaritma
- x dapat dicari dengan fungsi exponensial

## II. Sifat-sifat Logaritma

Dalam Logaritma terdapat beberapa sifat khusus yaitu :

1. $^a\log a = 1$
2. $^a\log 1 = 0$
3. $^a\log a^n = n$
4. $^a\log b^n = n \cdot {}^a\log b$
5. $^a\log b \cdot c = {}^a\log b + {}^a\log c$
6. $^a\log \frac{b}{c} = {}^a\log b - {}^a\log c$
7. $^{a^n}\log b^m = \frac{m}{n} \cdot {}^a\log b$
8. $^a\log b = \frac{1}{^b\log a}$
9. $^a\log b \cdot {}^b\log c \cdot {}^c\log d = {}^a\log d$
10. $^a\log b = \frac{^c\log b}{^c\log a}$

## Latihan Soal :

1. $^4\log 8 =$
2. $^8\log 2 =$
3. $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} =$
4. $^6\log 5 \cdot {}^5\log 36 =$
5. $^8\log 16 =$
6. $8^{x-1} = 4^{x+1}$

7. Tentukan nilai x untuk persamaan dibawah ini :

$$4^{x-1} = 3^{x+1}$$

## III. Persamaan Logaritma

Persamaan logaritma adalah persamaan yang peubahnya terdapat dalam bilangan pokok atau numerusnya

Dari rumus dasar logaritma : $b^c = a$ jika dan hanya jika $^b\log a = c$

b : bilangan pokok / basis ( $b > 0$ dan $b \neq 1$)

a : bilangan logaritma / numerus ( $a > 0$ )

c : hasil logaritma

Contoh :

- $\text{Log}\,(3x - 1) = \log\,(x - 15)$
- $^{(x-1)}\log 16 = 2$

### A. Bentuk-bentuk Persamaan Logaritma

1. $^a\log f(x) = {}^a\text{lo } p$ , Penyelesaiannya adalah $f(x) = p$ dengan syarat $f(x) > 0$
2. $^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$

   Penyelesaiannya adalah $f(x) = g(x)$ dengan syarat $f(x)$ dan $g(x) > 0$
3. $^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$ , Penyelesaiannya adalah $f(x) = 1$
4. $^{f(x)}\log g(x) = p$

   Penyelesaiannya adalah $f(x)^p = g(x)$ dg syarat $f(x)$ & $g(x) > 0$ dan $f(x) \neq 1$
5. $^{f(x)}\log a = {}^{g(x)}\log a$

   penyelesaiannya adalah $f(x) = g(x)$ dan $f(x), g(x) \neq 1$ serta $f(x)$ dan $g(x) > 0$
6. $^{f(x)}\log g(x) = {}^{f(x)}\log h(x)$ ,

   penyelesaiannya $g(x) = h(x)$ dg syarat $f(x), g(x), h(x) > 0$ dan $f(x) \neq 1$
7. $A.{}^a\log x^2 + B.{}^a\log x + c = 0$

   Penyelesaiannya $Ay^2 + By + C = 0$, dimana $y = {}^a\log x \leftrightarrow x = a^y$

### B. Latihan soal .

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $^2\log (2x + 1) = 3$
2. Tentukan Hp. Dari persamaan $^3\log (2x - 5) = 4$
3. Tentukan Hp. Dari persamaan $^3\log (2x - 3) = {}^3\log (x + 1)$
4. Tentukan Hp dari persamaan $^2\log (2x - 3) = {}^2\log (x^2 - 3x + 1)$
5. Tentukan Hp dari persamaan $^3\log (x^2 - 2x - 7) = {}^2\log (x^2 - 2x - 7)$
6. Tentukan Hp dari persamaan $^3\log (x^2 - 3) = {}^5\log (x^2 - 3)$
7. Tentukan Hp dari persamaan $^x\log (x + 2) = 2$

8. Tentukan Hp dari persamaan $^{x+2}\log(5x+6) = 2$
9. Tentukan Hp dari persamaan $^{x-5}\log 5 = {}^{(-2x+7)}\log 5$
10. Tentukan Hp dari persamaan $^{x^2-3x+7}\log 3 = {}^{2x+3}\log 3$
11. Tentukan Hp dari persamaan $^{x}\log(2x+3) = {}^{x}\log(x^2-2x+6)$
12. Tentukan Hp dari persamaan $^{x}\log(2x-1) = {}^{x}\log(x+3)$
13. Tentukan Hp dari persamaan $^{5}\log^{2} x + 3 \cdot {}^{5}\log x - 4 = 0$
14. Tentukan Hp dari persamaan $\log^{2} x + \log x^2 - 3 = 0$

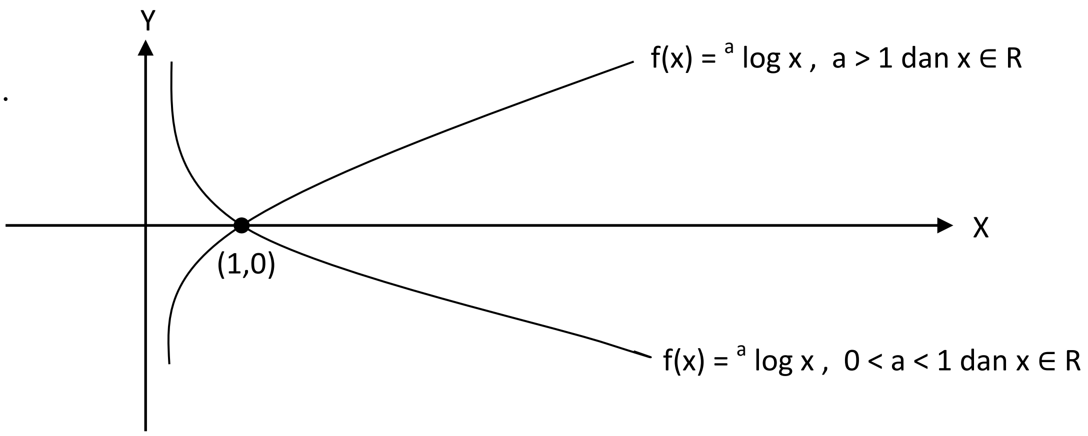
## IV. Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma adalah fungsi yang merupakan invers / kebalikan dari fungsi exponen. Misal fungsi exponen $f(x) = a^x$ maka fungsi logaritma $(f'(x)) = {}^{a}\log x$

Bentuk Fungsi Logaritma : $f(x) = {}^{a}\log x$, $a > 0$, $x > 0$ dan $a \neq 1$

Jika $f(x) = {}^{a}\log x$ dengan $a > 1$, $x > 0$ dan $x \in R$, maka f(x) dikatakan fungsi naik

Jika $f(x) = {}^{a}\log x$ dengan $0 < a < 1$, $x > 0$ dan $x \in R$, maka f(x) dikatakan fungsi turun

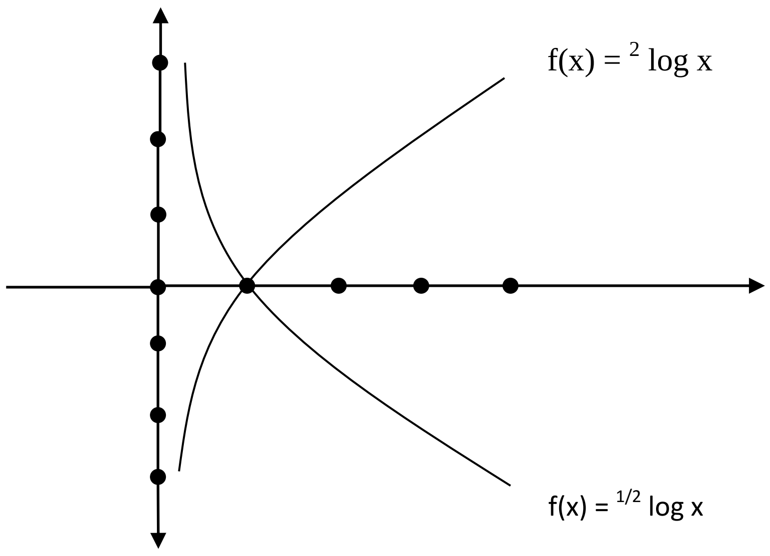



Grafik fungsi logaritma selalu melalui titik (1, 0) dan selalu berada disebelah kanan sumbu Y

**Latihan Soal :**

1. Gambarkan grafik logaritma untuk $f(x) = {}^{a}\log x$, $x > 0$ dan $x \in R$
2. Gambarkan grafik logaritma $f(x) = {}^{1/2}\log x$ untuk $x > 0$ dan $x \in R$

| x | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = {}^{2}\log x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x) = {}^{1/2}\log x$ | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 |




## DAFTAR PUSTAKA


1. Wahyudin dan Firdaus. 1992. *Telaah Kurikulum Matematika SMP II.* Jakarta . Depdikbud.
2. Soedjadi, R. dkk. 1987. *Kapita Selekta Matematika Sekolah.* Jakarta: Karunika, Universitas Terbuka.
3. Hambali, Julius dan Siskandar. 1991. *Pendidikan Matematika I.* Jakarta: Depdikbud.
4. Soewito dkk. 1991. *Pendidikan Matematika I*. Jakarta: Depdikbud.
5. Rofianto, W. (tanpa tahun). *Fungsi Eksponensial dan Logaritma Beserta Aplikasinya.*
6. Karso (tanpa tahun). *Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma Beserta Beberapa Aplikasinya*
7. Buku-buku Matematika untuk SMP